

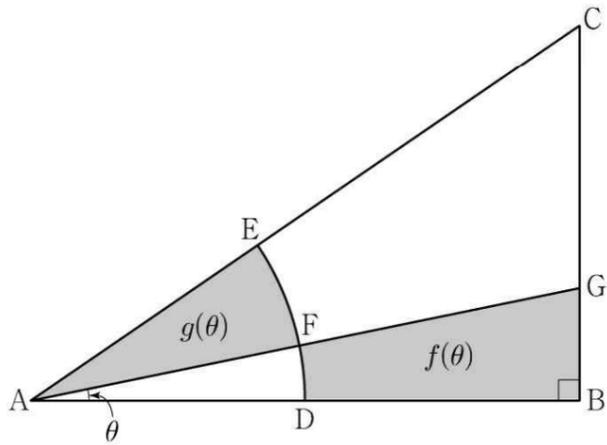
제 2 교시

수학 영역

MENTOR

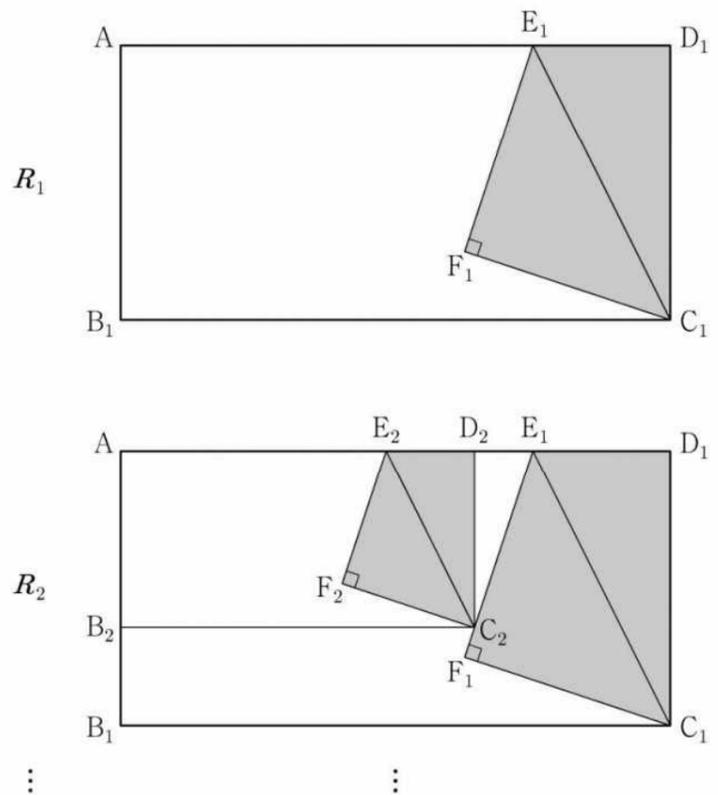
1. 그림과 같이 $\overline{AB}=2$, $\angle B=\frac{\pi}{2}$ 인 직각삼각형 ABC에서 중심이 A, 반지름의 길이가 1인 원이 두 선분 AB, AC와 만나는 점을 각각 D, E라 하자. 호 DE의 삼등분점 중 점 D에 가까운 점을 F라 하고, 직선 AF가 선분 BC와 만나는 점을 G라 하자. $\angle BAG=\theta$ 라 할 때, 삼각형 ABG의 내부와 부채꼴 ADF의 외부의 공통부분의 넓이를 $f(\theta)$, 부채꼴 AFE의 넓이를 $g(\theta)$ 라 하자. $40 \times \lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{f(\theta)}{g(\theta)}$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{6}$)

[2021학년도 대학수학능력시험 수학 가형 24번]



2. 그림과 같이 $\overline{AB_1}=2$, $\overline{AD_1}=4$ 인 직사각형 $AB_1C_1D_1$ 이 있다. 선분 AD_1 을 3:1로 내분하는 점을 E_1 이라 하고, 직사각형 $AB_1C_1D_1$ 의 내부에 점 F_1 을 $\overline{F_1E_1}=\overline{F_1C_1}$, $\angle E_1F_1C_1=\frac{\pi}{2}$ 가 되도록 잡고 삼각형 $E_1F_1C_1$ 을 그린다. 직사각형 $E_1F_1C_1D_1$ 을 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자. 그림 R_1 에서 선분 AB_1 위의 점 B_2 , 선분 E_1F_1 위의 점 C_2 , 선분 AE_1 위의 점 D_2 와 점 A를 꼭짓점으로 하고 $\overline{AB_2}:\overline{AD_2}=1:2$ 인 직사각형 $AB_2C_2D_2$ 를 그린다. 그림 R_1 을 얻은 것과 같은 방법으로 직사각형 $AB_2C_2D_2$ 에 삼각형 $E_2F_2C_2$ 를 그리고 직사각형 $E_2F_2C_2D_2$ 를 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은?

[2021학년도 대학수학능력시험 수학 가형 14번]



- ① $\frac{441}{103}$
- ② $\frac{441}{109}$
- ③ $\frac{441}{115}$
- ④ $\frac{441}{121}$
- ⑤ $\frac{441}{127}$

3. 함수 $f(x) = \pi \sin 2\pi x$ 에 대하여 정의역이 실수 전체의 집합이고 치역이 집합 $\{0, 1\}$ 인 함수 $g(x)$ 와 자연수 n 이 다음 조건을 만족시킬 때, n 의 값은?

함수 $h(x) = f(nx)g(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 연속이고

$$\int_{-1}^1 h(x)dx = 2, \quad \int_{-1}^1 xh(x)dx = -\frac{1}{32}$$

이다.

[2021학년도 대학수학능력시험 수학 가형 20번]

- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

4. 두 상수 a, b ($a < b$)에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = (x-a)(x-b)^2$$

이라 하자. 함수 $g(x) = x^3 + x + 1$ 의 역함수 $g^{-1}(x)$ 에 대하여
합성함수 $h(x) = (f \circ g^{-1})(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때,
 $f(8)$ 의 값을 구하시오.

- (가) 함수 $(x-1)|h(x)|$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.
(나) $h'(3) = 2$

[2021학년도 대학수학능력시험 수학 가형 28번]

5. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여
 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $g(x) = f(\sin^2 \pi x)$ 가
 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $0 < x < 1$ 에서 함수 $g(x)$ 가 극대가 되는 x 의 개수가
 3이고, 이때 극댓값이 모두 동일하다.
 (나) 함수 $g(x)$ 의 최댓값은 $\frac{1}{2}$ 이고 최솟값은 0이다.

$f(2) = a + b\sqrt{2}$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오. (단, a 와 b 는
 유리수이다.)

[2021학년도 대학수학능력시험 수학 가형 30번]