

# [박하나/한성은 모의고사]

| 대학수학능력시험 수학(나형) 연습 (2/4) |

## | 한성은

이투스앤써, 일산 종로, 일산 클라비스, 5A ACADEMY

잡혀 있는 모의고사 제작 일정이 살짝 걱정됐는데,  
6월을 보고나니 부담이 없어졌어요. 퀄리티를 떨어트리면 되겠더라고요!

[hansungeun.com](http://hansungeun.com)

- 저자소개, 학습자료, 교재판매

## | CCL

- 허락 없이 문제를 쓰실 수 있지만, 출처를 반드시 표시해 주세요.
- 자신이 저작자라는 주장을 하지 말아 주세요.

# 수학 영역(나형)

5지선다형

1.  $2 \times 4^{\frac{3}{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① 2                      ② 4                      ③ 8  
④ 16                     ⑤ 32

2. 등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $a_1 = 4$ ,  $a_3 = 6$ 일 때,  $a_5$ 의 값은? [2점]

- ① 7                      ② 8                      ③ 9  
④ 10                     ⑤ 11

3.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x + 1}{x + 1}$ 의 값은? [2점]

- ①  $\frac{1}{2}$                       ② 1                      ③  $\frac{3}{2}$   
④ 2                      ⑤  $\frac{5}{2}$

4. 세 문자  $a, b, c$  중에서 중복을 허락하여 4개를 택해 일렬로 나열하는 경우의 수는? [3점]

- ① 1                      ② 2                      ③ 3  
④ 64                     ⑤ 81

# 2

## 수학 영역(나형)

5. 반지름의 길이가 2이고 호의 길이가 4인 부채꼴의 넓이는? [3점]

- ①  $\frac{1}{2}$                       ② 1                      ③ 2  
④ 4                      ⑤ 8

6. 다항식  $(ax^2+2x)^5$ 의 전개식에서  $x^8$ 의 계수가 5일 때,  $a$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{4}$                       ②  $\frac{1}{2}$                       ③ 1  
④ 2                      ⑤ 4

7. 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시간  $t(t \geq 0)$ 에서의 위치  $x_1, x_2$ 가

$$x_1 = -t^2 + 4t + 10, \quad x_2 = t + 6$$

이다. 출발한 후 두 점 P, Q가 만날 때, 두 점 P, Q의 속력의 합은? [3점]

- ① 1                      ② 2                      ③ 3  
④ 4                      ⑤ 5

8. 함수  $f(x)$ 의 도함수  $f'(x)$ 가  $f'(x) = 3x^2 - 4x$ 일 때,  $f(3) - f(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 10                      ② 12                      ③ 14  
 ④ 16                      ⑤ 18

9. 확률변수  $X$ 는 정규분포  $N(0, 9)$ , 확률변수  $Y$ 는 정규분포  $N(2, 4)$ 를 따른다.  $P(X \geq k) = P(Y \geq k)$ 를 만족시키는 실수  $k$ 의 값은? [3점]

- ① 2                      ② 4                      ③ 6  
 ④ 8                      ⑤ 10

10. 곡선  $y = \log_4 x$  위의 점  $P$ 에 대하여, 점  $P$ 를 지나고  $x$ 축과 수직인 직선이 곡선  $y = \log_2 x$ 와 만나는 점을  $Q$ , 점  $Q$ 를 지나고  $y$ 축과 수직인 직선이 곡선  $y = \log_4 x$ 와 만나는 점을  $R$ 이라 하자. 두 점  $O, P$ 를 꼭짓점으로 하고 각 변이  $x$ 축 또는  $y$ 축에 평행한 직사각형의 넓이가 4이고 두 점  $P, R$ 을 꼭짓점으로 하고 각 변이  $x$ 축 또는  $y$ 축에 평행한 직사각형의 넓이가 12일 때, 점  $P$ 의  $x$ 좌표는? [3점]

- ①  $\sqrt{2}$                       ② 2                      ③  $2\sqrt{2}$   
 ④ 4                      ⑤  $4\sqrt{2}$

## 4

## 수학 영역(나형)

11. 한 개의 주사위를 두 번 던져서 나오는 눈의 수를 차례로  $a, b$ 라 하자.  $ab$ 가 6의 배수일 때,  $a$ 가 3의 배수일 확률은? [3점]

- ①  $\frac{2}{3}$                       ②  $\frac{3}{5}$                       ③  $\frac{8}{15}$   
 ④  $\frac{7}{15}$                       ⑤  $\frac{2}{5}$

12. 함수  $f(x) = x^3$ 에 대하여 두 곡선  $y = f(x)$ ,  
 $y = f(x-1) + 7$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

- ①  $\frac{27}{2}$                       ② 12                      ③  $\frac{21}{2}$   
 ④ 9                      ⑤  $\frac{15}{2}$

13. 함수  $f(x) = x^3 + 3x^2 + ax + 2$ 가 실수 전체의 집합에서 증가하는 함수가 되도록 하는 정수  $a$ 의 최솟값은? [3점]

- ① 1                      ② 2                      ③ 3  
 ④ 4                      ⑤ 5

14. 흑발 1명, 백발 1명, 금발 1명, 대머리 3명의 학생이 있다. 이 6명의 학생을 일렬로 임의로 나열할 때, 어느 2명의 대머리도 서로 이웃하지 않을 확률은? (단, 대머리끼리는 서로 구별하지 않는다.) [4점]

- ①  $\frac{1}{6}$                       ②  $\frac{1}{5}$                       ③  $\frac{7}{30}$   
 ④  $\frac{4}{15}$                       ⑤  $\frac{3}{10}$

# 6

# 수학 영역(나형)

15. 다음은 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{2n} \frac{(-1)^{k+1}}{k} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{n+k} \dots (*)$$

임을 수학적 귀납법을 이용하여 증명한 것이다.

(i)  $n=1$ 일 때

$$(\text{좌변}) = 1 - \frac{1}{2}, (\text{우변}) = \frac{1}{1+1}$$

이므로 (\*)이 성립한다.

(ii)  $n=m$ 일 때 (\*)이 성립한다고 가정하면

$$\sum_{k=1}^{2m} \frac{(-1)^{k+1}}{k} = \sum_{k=1}^m \frac{1}{m+k}$$

이다.  $n=m+1$ 일 때

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^{2m+2} \frac{(-1)^{k+1}}{k} \\ &= \sum_{k=1}^m \frac{1}{m+k} + \frac{(-1)^{2m+2}}{2m+1} + \frac{(-1)^{2m+3}}{2m+2} \\ &= \sum_{k=1}^m \frac{1}{m+k} + \frac{1}{2m+1} - \frac{1}{2m+2} \\ &= \sum_{k=2}^m \frac{1}{m+k} + \boxed{(\text{가})} + \frac{1}{2m+1} - \frac{1}{2m+2} \\ &= \sum_{k=2}^m \frac{1}{m+k} + \frac{1}{2m+1} + \frac{1}{2m+2} \\ &= \sum_{k=2}^{m+2} \frac{1}{m+k} \\ &= \sum_{k=1}^{m+1} \frac{1}{\boxed{(\text{나})} + k} \end{aligned}$$

이다. 따라서  $n=m+1$ 일 때도 (\*)이 성립한다.

(i), (ii)에 의하여 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{2n} \frac{(-1)^{k+1}}{k} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{n+k}$$

이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각  $f(m)$ ,  $g(m)$ 이라

할 때,  $\frac{g(4)}{f(4)}$ 의 값은? [4점]

- ① 25                      ② 26                      ③ 27  
④ 28                      ⑤ 29

16. 최솟값이 1인 이차함수  $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x+2) - f(x-2)}{x-2} = 2$$

를 만족시킬 때,  $f(6)$ 의 값은? [4점]

- ① 2                      ② 3                      ③ 4  
④ 5                      ⑤ 6



17. 네 양수  $a, b, c, d$ 에 대하여 함수

$$f(x) = |a \sin\{b(x-c)\} + d|$$

가 극댓값을 갖는 모든  $x$ 값 중 양수인 것을  
작은 수부터 크기순으로 두 개를 나열한 것이

$$\pi, 5\pi$$

이다.  $f(\pi) = 2, f(5\pi) = 6$ 일 때,  $abcd$ 의 값은?  
(단,  $0 \leq bc < 2\pi$ 이다.) [4점]

- ①  $\pi$                       ②  $2\pi$                       ③  $3\pi$   
④  $4\pi$                       ⑤  $6\pi$

18. 두 곡선  $y = 2^x, y = \log_3 x$ 와 원  $x^2 + y^2 = r^2 (r > 1)$ 가  
제1사분면에서 만나는 점을 각각  $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ 라  
할 때, 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

—<보 기>—

- ㄱ.  $x_2 > y_1$   
ㄴ.  $x_1 x_2 > y_1 y_2$   
ㄷ.  $x_1 + y_1 > x_2 + y_2$

- ① ㄱ                      ② ㄱ, ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ  
④ ㄴ, ㄷ                      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

19. 다항함수  $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2}{x^3 + f(x)} = 1, \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{(x-2)^2} = a$$

를 만족시킨다.  $a$ 의 값은? (단,  $a$ 는 상수이다.) [4점]

- ① -5                      ② -4                      ③ -3  
 ④ -2                      ⑤ -1

20. 1부터 10까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 10개의 공이 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 한 개의 공을 임의로 꺼내어 공에 적힌 수를  $a$ , 남은 9개의 공이 들어 있는 주머니에서 한 개의 공을 임의로 꺼내어 공에 적힌 수를  $b$ 라 하자. 두 수  $\log_2 a$ ,  $\log_2 b$ 의 소수부분이 서로 같을 확률은? [4점]

- ①  $\frac{8}{45}$                       ②  $\frac{7}{45}$                       ③  $\frac{2}{15}$   
 ④  $\frac{1}{9}$                       ⑤  $\frac{4}{45}$

21. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 모든 실수  $x$ 에 대하여  $f(-x) = f(x)$ 이다.
- (나)  $x \geq 2$ 에서  $f(x) = -x^2 + ax + b$ 이다.
- (다)  $x \leq 2$ 에서  $f'(x) \geq 0$ 이다.

$f(0) = 4$ 일 때, 곡선  $y = f(x)$ 와  $x$ 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는? [4점]

- ①  $\frac{80}{3}$
- ②  $\frac{82}{3}$
- ③ 28
- ④  $\frac{86}{3}$
- ⑤  $\frac{88}{3}$

단답형

22.  $\sum_{k=1}^5 k^2 - \sum_{k=1}^5 (k-1)^2$ 의 값을 구하여라. [3점]

23. 반지름의 길이가 10인 원에 내접하는 삼각형 ABC에 대하여  $\sin(\angle BAC) = \frac{3}{5}$ 일 때,  $\overline{BC}$ 를 구하여라. [3점]

24. 함수  $f(x) = x^3 - ax + b$ 는  $x=2$ 에서 극댓값 6을 갖는다.  
 $a+b$ 의 값을 구하여라. [3점]

25. 상수  $a$ 에 대하여 함수  $f(x)$ 가

$$f(x) = \int_0^x (at^2 + 2t) dt$$

이다.  $f(2) = 12$ 일 때,  $f'(2)$ 의 값을 구하여라. [3점]

26. 어느 회사에서 생산하는 초콜릿 한 개의 무게는 평균이  $m$ , 표준편차가  $\sigma$ 인 정규분포를 따른다고 한다. 이 회사에서 생산하는 초콜릿 9개를 임의추출하여 얻은 표본평균을 이용하여 신뢰도 95%로 추정된 모평균  $m$ 에 대한 신뢰 구간이  $[64, 72]$ 이다. 이 회사에서 생산하는 초콜릿 36개를 다시 임의추출하여 얻은 표본평균을 이용하여 신뢰도 95%로 추정된 신뢰구간이  $[63, a]$ 일 때,  $a$ 의 값을 구하여라. [4점]

27. 모든 항이 양수인 등차수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합을  $S_n$ 이라 하자. 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$\frac{S_n}{(n+c)a_n} \quad (\text{단, } c \text{는 상수})$$

이 일정한 값을 가질 때,  $c + \frac{a_8}{a_2}$ 의 값을 구하여라.

[4점]

28. 다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수  $a, b, c$ 의 모든 순서쌍  $(a, b, c)$ 의 개수를 구하여라. [4점]

(가)  $|a+b+c-12|=12-(a+b+c)$

(나)  $a+b+c$ 를 4로 나눈 나머지는 2이다.

29. 모든 자연수  $n$ 에 대하여 수열  $\{a_n\}$ 과  $\{S_n\}$ 은

$$\sum_{k=1}^n (-1)^k a_k = (-1)^n S_n, \quad \sum_{k=1}^n S_k = \sqrt{n+1}$$

를 만족시킨다.  $\sum_{k=1}^9 a_k$ 의 값이  $a + \sqrt{b}$ 일 때,  
 $a+b$ 의 값은? (단,  $a$ 와  $b$ 는 자연수이다.) [4점]

30. 실수  $t$ 와 최고차항의 계수가 1인 삼차함수  $f(x)$ 에 대하여 방정식  $f(x)=t$ 의 서로 다른 모든 실근의 합을  $g(t)$ 라 하자.

- (가) 함수  $g(t)$ 는  $t=0$ 에서만 불연속이다.  
 (나)  $g(0) > 0$ 이고  $\lim_{t \rightarrow 0^+} g(t) - \lim_{t \rightarrow 0^-} g(t) = 8$ 이다.

$g(0)+g(16)+g(32)$ 의 값을 구하여라. [4점]

[박하나/한성은 모의고사]  
수능(나형) 연습(2/4) 정답표

문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답
01	④	02	③	03	③	04	⑤	05	④
06	②	07	⑤	08	①	09	③	10	④
11	②	12	①	13	③	14	②	15	①
16	④	17	⑤	18	⑤	19	②	20	①
21	①	22	25	23	12	24	34	25	16
26	67	27	5	28	100	29	13	30	14

## COMMENT 14

대머리끼리 서로 구별하든 구별하지 않든 답은 변하지 않는다.

$\frac{3! \times {}_4P_3}{6!}$  으로 풀어도 좋고,  $\frac{3! \times {}_4C_3}{6!/3!}$  으로 풀어도 좋다. 후자가 단서를 살린 풀이이다.

보통, 인간의 존엄성 존중 차원에서 사람은 항상 서로 구별한다. 대머리는 글썸.

## COMMENT 15

$$f(m) = \frac{1}{m+1}, \quad g(m) = m+1$$

## COMMENT 16

분자가 0으로 간다에서  $f(4) - f(0) = 0$ 이므로  $f(x) = a(x-2)^2 + 1$ 이다.

$f'(4) - f'(0) = 2$ 에서  $f'(0) = -f'(4)$ 이므로  $f'(4) = 1$ 이다. 따라서  $a = \frac{1}{4}$ 이다.

## COMMENT 17

큰 극댓값은  $a+d$ 이고 작은 극댓값은  $a-d$ 이다.

$5\pi - \pi$ 는 반주기이므로  $b = \frac{1}{4}$ , 평행이동은  $3\pi$ 만큼이다.

따라서  $f(x) = \left| 4\sin\left\{\frac{1}{4}(x-3\pi)\right\} + 2 \right|$ 이다.

## COMMENT 18

기역 : 원  $x^2 + y^2 = r^2$ 과 함수  $y = \log_2 x$ 의 교점은  $(y_1, x_1)$ 이다.

니은 : 점  $(y_1, x_1)$ 과 점  $(x_2, y_2)$  사이의 기울기 비교

디글 : 점  $(x_1, y_1)$ 과 점  $(x_2, y_2)$  사이의 기울기는  $-1$ 보다 작다.

## COMMENT 19

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2}{x^3 + f(x)} = 1$ 에서  $f(x) = -x^3 + 2x^2 + \dots$ 이다.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{(x-2)^2} = a$ 에서  $f(x)$ 는  $(x-2)^2$ 을 인수로 가진다.

$f(x) = (x-2)^2(cx+d)$ 를 전개하여  $f(x) = -x^3 + 2x^2 + \dots$ 가 되도록  $c, d$ 를 정하면  $f(x) = (x-2)^2(-x-2)$ 이다.

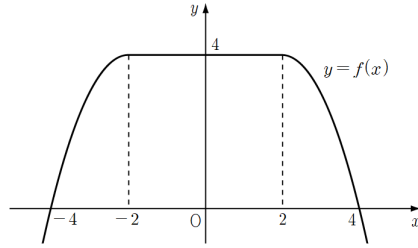
## COMMENT 20

$a$ 와  $b$ 는 세 집합  $\{1, 2, 4, 8\}$ ,  $\{3, 6\}$ ,  $\{5, 10\}$  중 하나에 동시에 속해야 한다.



## COMMENT 21

곡선  $y=f(x)$ 가  $y$ 축에 대하여 대칭이며  $x \leq 2$ 에서  $f'(x) \geq 0$ 이라면  $-2 \leq x \leq 2$ 에서  $f'(x) = 0$ 이다.  
 $f(2) = f(0) = 4$ 이고 실수 전체의 집합에서 미분가능에서  $f'(2) = 0$ 이므로  $x \geq 2$ 에서  $f(x) = -(x-2)^2 + 4$ 이다.



## COMMENT 27

$S_n = an^2 + bn$ 이라 하자.  $a_n = 2an - a + b$ 이므로  $\frac{S_n}{(n+c)a_n} = \frac{an^2 + bn}{(n+c)(2an - a + b)}$ 이다.

이 값을  $p$ 라 하면  $an^2 + bn = p(n+c)(2an - a + b)$ 이다. 양 변의 계수를 비교하면  $p = \frac{1}{2}$ ,  $a = b$ ,  $c = 1$ 이다.

( $a+b=0$ 은  $a_1 = 0$ 이라 가능하지 않다.)  $S_n = an^2 + an$ 이고  $a_n = 2an$ 이다.

## COMMENT 28

$|a+b+c-12| = 12 - (a+b+c)$ 에서  $a+b+c \leq 12$ 이다.

$a+b+c=2$  또는  $a+b+c=6$  또는  $a+b+c=10$ 이다.

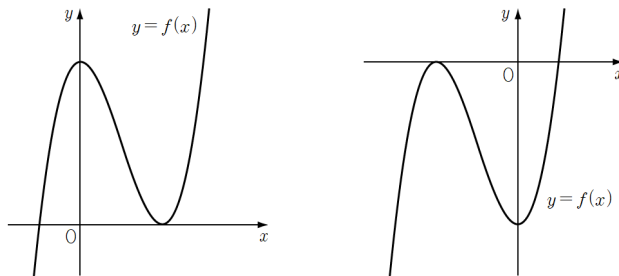
## COMMENT 29

준 식을 더하고 빼고 췌려보면,  $a_1 = S_1$ ,  $a_2 = S_1 + S_2$ ,  $a_3 = S_2 + S_3$ , ...,  $a_n = S_{n-1} + S_n$ 이다.

모두 더하면  $\sum_{k=1}^n a_k = 2 \sum_{k=1}^n S_k - S_n$ 이고,  $S_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$ 이므로  $\sum_{k=1}^n a_k = 2\sqrt{n+1} - (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$ 이다.

## COMMENT 30

함수  $f(x)$ 가 증감증을 가지지 않으면 함수  $g(t)$ 의 불연속점이 생기지 않는다. 불연속인  $t$ 값이 2개일 것 같지만, 1개인 이유는 극대 또는 극소인  $x$ 값이 0이기 때문이다. 이 시점에서 가능한 곡선  $y=f(x)$ 의 개형은 다음의 두 가지이다.



이 중  $g(0) > 0$ 인 것은 왼쪽 것이다. 양수  $a$ 에 대하여  $f(x) = (x+a)(x-2a)^2$ 이라 둘 수 있다.

방정식  $f(x) = t$ 가 세 실근을 가질 때는 세 실근의 합이 일정하다. 근과 계수의 관계에서  $t$ 까지의  $x$ 값의 3배이다.

$\lim_{t \rightarrow 0^+} g(t) = 3a$ ,  $\lim_{t \rightarrow 0^-} g(t) = -a$ 이므로  $a = 2$ 이고 극댓값은 32이다.  $g(0) = 2$ 이고  $g(16) = g(32) = 6$ 이다.