2021학년도 대학수학능력시험 수학 영역 대비

『녹색지대 모의고사』 4회

【출제 및 해설】 이재종〈wowhd93〉

【검토】 최인규 (경희대 컴퓨터공학과) 신혜준 [archon1456@naver.com]
jyw0420 〈씅씅이체고야〉 이재교 〈탕진량문〉
2468 현이 〈Pluto〉
김익성 (중앙대학교 수학과) 용호준 (노원고등학교 졸)

【이용 안내】

2021학년도 대학수학능력시험 대비 녹색지대 모의고사 4회

수학 영역
(가 형)

성명	

수험 번호					—				

○ 문제지의 해당란에 성명과 수험번호를 정확히 쓰시오.

○ 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하시오.

새벽을 예감하는 눈만이 빛이 된다

○ 답안지의 해당란에 성명과 수험번호를 쓰고, 또 수험번호, 문형(홀수/짝수), 답을 정확히 표시하시오.

○ 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하시오.

○ 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.

○ 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

수학 영역(가형)

5지선다형

1. $\lim_{x \to 0} \frac{\sin 3x}{e^{2x}-1}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

2. $\sum_{k=1}^{5}(2^k+k)$ 의 값은? [2점]

① 77 ② 78 ③ 79 ④ 80 ⑤ 81

3. 함수 $f(x)=x\ln x$ 에 대하여 $f''(e)$의 값은? [2점]

① 0 ② $\frac{1}{e^2}$ ③ $\frac{1}{e}$ ④ 1 ⑤ e

4. 두 사건 A, B가 서로 독립이고,

$$\mathrm{P}(A\cup B)=\frac{1}{2},\quad \mathrm{P}(A\cup B^C)=\frac{2}{3}$$

일 때, $\mathrm{P}(A\cap B)$의 값은? (단, B^C는 B의 여사건이다.) [3점]

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{4}{15}$ ③ $\frac{1}{5}$ ④ $\frac{2}{15}$ ⑤ $\frac{1}{15}$

5. 두 실수 a, b가

$$2^a = 5, \quad a+b = \log_4 3$$

를 만족시킬 때, 4^b의 값은? [3점]

① $\frac{9}{5}$ ② 1 ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{3}{25}$ ⑤ $\frac{3}{50}$

6. 곡선 $x^3 + \sin(y+1) = 1$ 위의 점 $(a,\ -1)$ 위의 점에서 그은 접선이 $(-1,\ b)$를 지날 때, $a+b$의 값은? [3점]

① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

7. 닫힌구간 $[0,\ 2]$에서 정의된 함수 $f(x) = a \times 2^{1-x} + b$의 최댓값이 2이고 최솟값이 -1일 때, $f(1)$의 값은? (단, a, b는 상수이고, $a > 0$이다.) [3점]

① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{3}{8}$ ③ $-\frac{1}{4}$ ④ $-\frac{1}{8}$ ⑤ 0

8. 확률변수 X가 이항분포 $\mathrm{B}\left(n, \frac{1}{3}\right)$을 따르고, $\mathrm{P}(X=2)=6\mathrm{P}(X=1)$일 때, n의 값은? [3점]

① 25 ② 30 ③ 35 ④ 40 ⑤ 45

9. 함수 $f(x)=x\cos x$에 대하여 $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{\pi}{n}f\left\{\frac{(n+2k)\pi}{2n}\right\}$의 값은? [3점]

① -4π ② -3π ③ -2π ④ $-\pi$ ⑤ 0

10. 빨간 공 3개, 노란 공 2개, 파란 공 2개가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 3개의 공을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 3개의 공 중 노란 공과 파란 공의 개수의 합이 2 이상일 확률은? [3점]

① $\frac{22}{35}$ ② $\frac{3}{5}$ ③ $\frac{4}{7}$ ④ $\frac{19}{35}$ ⑤ $\frac{18}{35}$

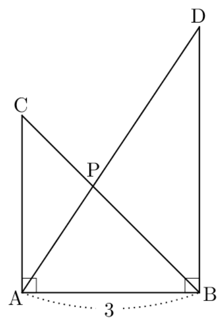
11. 등차수열 $\{a_n\}$이

$$\sum_{k=1}^{11}(-1)^k a_k = a_4, \quad \sum_{k=1}^{12} a_k = a_8 + 5$$

를 만족시킬 때, a_{20}의 값은? [3점]

① -4 ② -1 ③ 2 ④ 5 ⑤ 8

12. 그림과 같이 $\overline{\mathrm{AB}}=3$이고, $\angle\mathrm{BAC}=\angle\mathrm{ABD}=\frac{\pi}{2}$인 삼각형 ABC와 ABD가 있다. 선분 BC와 AD가 만나는 점을 P라 할 때, $2\overline{\mathrm{PB}}=3\overline{\mathrm{PC}}$이고, $\tan(\angle\mathrm{APB})=5$이다. 삼각형 APB의 넓이는? [3점]



① $\frac{12}{5}$ ② $\frac{5}{2}$ ③ $\frac{13}{5}$ ④ $\frac{27}{10}$ ⑤ $\frac{14}{5}$

13. 함수 $f(x)=(x^2-a)e^{ax}$가 $x=1$에서 극솟값을 가질 때, 함수 $f(x)$의 극댓값은? (단, a는 상수이다.) [3점]

① $\frac{1}{e^4}$　② $\frac{2}{e^4}$　③ $\frac{3}{e^4}$　④ $\frac{4}{e^4}$　⑤ $\frac{5}{e^4}$

14. 한 개의 주사위를 세 번 던질 때 나오는 눈의 수를 차례로 a, b, c라 하자. 세 수 a, b, c 중 두 수만 서로 같을 때, 세 수 a, b, c의 곱 $a\times b\times c$가 6의 배수일 확률은? [4점]

① $\frac{2}{5}$　② $\frac{13}{30}$　③ $\frac{7}{15}$　④ $\frac{1}{2}$　⑤ $\frac{8}{15}$

15. 두 실수 a, b $(a>0)$에 대하여 함수 $f(x)=a\sin x+b$가 다음 조건을 만족시킨다.

> 곡선 $y=f(x)$를 x축에 대하여 대칭이동한 후 x축의 방향으로 $\frac{\pi}{2}$만큼, y축의 방향으로 -1만큼 평행이동하여 얻은 곡선이 곡선 $y=f(x)$와 점 $\left(\frac{\pi}{4},\ c\right)$에서 만난다.

함수 $f(x)$의 최댓값이 $2\sqrt{2}c$일 때, 상수 c의 값은? [4점]

① $\frac{2-\sqrt{2}}{4}$ ② $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$ ③ $\frac{2-\sqrt{2}}{2}$
④ $\sqrt{2}-1$ ⑤ $2-\sqrt{2}$

16. 확률변수 X는 정규분포 $\mathrm{N}(m,\ 1^2)$, 확률변수 Y는 정규분포 $\mathrm{N}(20-m,\ 2^2)$을 따른다.

$$\mathrm{P}(X\le k)\le \mathrm{P}(Y\ge k)$$

을 만족시키는 실수 k의 최댓값이 9일 때, $\mathrm{P}(X\ge 8)+\mathrm{P}(Y\le 14)$의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4점]

z	$\mathrm{P}(0\le Z\le z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

① 0.6247 ② 0.6587 ③ 0.7745 ④ 0.8085 ⑤ 0.8502

17. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$f(x)=e^x-4x^2\int_0^1 f(t)dt+2x\int_0^1 f(1-\sqrt{t})dt$$

를 만족시킬 때, $\int_0^1 xf(x)dx$의 값은? [4점]

① $\frac{e}{5}$ ② $\frac{3e}{13}$ ③ $\frac{3e}{11}$ ④ $\frac{e}{3}$ ⑤ $\frac{3e}{7}$

18. 좌표평면의 원점에 점 A가 있다. 한 개의 주사위를 사용하여 다음 시행을 한다.

> 주사위를 한 번 던져 3의 배수인 눈이 나오면 점 A를 x축의 양의 방향으로 1만큼, 3의 배수가 아닌 눈이 나오면 점 A를 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 1만큼 이동시킨다.

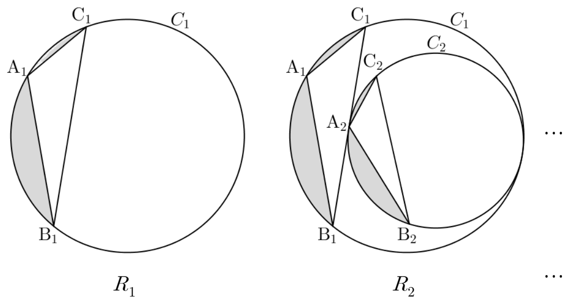
위의 시행을 반복하여 점 A가 이동한 점의 좌표를 (a, b)라 할 때, $a=b+2$인 사건을 A라 하자.
다음은 위의 시행을 여섯 번 반복하여 사건 A가 발생한 횟수가 3이었을 때, 3의 배수인 눈이 나온 횟수가 2일 확률을 구하는 과정이다.

> 사건 A가 발생한 횟수가 3이 되려면 위의 시행을 반복하여 3의 배수의 눈이 나온 횟수가 처음으로 2가 되었을 때, 이어서 3의 배수가 아닌 눈이 연속하여 두 번만 나와야 한다.
> 위 시행에서 3의 배수인 눈이 총 두 번 나올 때까지 주사위를 던진 횟수를 $X\ (2\le X\le 4)$라 하자. 그러면
>
> (1) $X=2$인 경우, 여섯 번의 시행에서 사건 A가 발생한 횟수가 3일 확률은
>
> $$\mathrm{P}(X=2)=\left(\frac{1}{3}\right)^3\left(\frac{2}{3}\right)^2$$
>
> (2) $X=3$인 경우, 여섯 번의 시행에서 사건 A가 발생한 횟수가 3일 확률은
>
> $$\mathrm{P}(X=3)=\boxed{\text{(가)}}\times\left(\frac{1}{3}\right)^3\left(\frac{2}{3}\right)^3$$
>
> (3) $X=4$인 경우, 여섯 번의 시행에서 사건 A가 발생한 횟수가 3일 확률은
>
> $$\mathrm{P}(X=4)=\boxed{\text{(나)}}\times\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{2}{3}\right)^4$$
>
> 이므로 여섯 번의 시행에서 사건 A가 발생한 횟수가 3이고, 3의 배수인 눈이 나온 횟수가 2인 경우는 $X=4$인 경우뿐이다.
> 따라서 조건부확률의 정의에서 구하는 확률은
>
> $$\frac{\mathrm{P}(X=4)}{\mathrm{P}(X=2)+\mathrm{P}(X=3)+\mathrm{P}(X=4)}=\boxed{\text{(다)}}$$
>
> 이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q, r라 할 때, $p\times q\times r$의 값은? [4점]

① $\frac{24}{5}$ ② $\frac{9}{2}$ ③ $\frac{72}{17}$ ④ 4 ⑤ $\frac{72}{19}$

19. 그림과 같이 반지름의 길이가 $\sqrt{7}$인 원 C_1 위에 $\overline{\mathrm{A_1B_1}} : \overline{\mathrm{A_1C_1}} = 2:1$, $\angle \mathrm{B_1A_1C_1} = \frac{2\pi}{3}$가 되도록 세 점 $\mathrm{A_1}$, $\mathrm{B_1}$, $\mathrm{C_1}$을 잡고, 선분 $\mathrm{A_1B_1}$과 호 $\mathrm{A_1B_1}$으로 둘러싸인 부분, 선분 $\mathrm{A_1C_1}$과 호 $\mathrm{A_1C_1}$으로 둘러싸인 부분에 각각 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.
그림 R_1에서 원 C_1과 선분 $\mathrm{B_1C_1}$에 동시에 접하는 원 중 반지름이 가장 큰 원을 C_2라 하고, 선분 $\mathrm{B_1C_1}$과 원 C_2가 만나는 점을 $\mathrm{A_2}$라 하자. 원 C_2 위에 $\overline{\mathrm{A_2B_2}} : \overline{\mathrm{A_2C_2}} = 2:1$, $\angle \mathrm{B_2A_2C_2} = \frac{2\pi}{3}$가 되도록 두 점 $\mathrm{B_2}$, $\mathrm{C_2}$를 잡고, 선분 $\mathrm{A_2B_2}$와 호 $\mathrm{A_2B_2}$로 둘러싸인 부분, 선분 $\mathrm{A_2C_2}$와 호 $\mathrm{A_2C_2}$로 둘러싸인 부분에 각각 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은? [4점]



① $\frac{16}{3}\pi - \frac{52\sqrt{3}}{7}$ ② $\frac{17}{3}\pi - 7\sqrt{3}$ ③ $6\pi - \frac{46\sqrt{3}}{7}$
④ $\frac{19}{3}\pi - \frac{43\sqrt{3}}{7}$ ⑤ $\frac{20}{3}\pi - \frac{40\sqrt{3}}{7}$

20. 첫째항이 1인 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$(a_{n+1}-n)(a_{n+1}-a_n+1)=0$$

을 만족시킨다. $a_{10}=5$일 때, $\sum_{n=1}^{15} a_n$의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m이라 하자. $M+m$의 값은? [4점]

① 102 ② 106 ③ 110 ④ 114 ⑤ 118

21. 0이 아닌 실수 k에 대하여 함수 $f(x)$는

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{k}{x} & (x<0)\\ \ln(x+2) & (x\geq 0)\end{cases}$$

이다. 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\int_0^x \{1-\cos(2\pi t)\}f(t)\,dt$$

라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. 함수 $g(x)$는 $x=0$에서 미분가능하다.
ㄴ. $k>0$일 때, 함수 $g(x)$는 $x=0$에서 최솟값을 갖는다.
ㄷ. $k=-1$일 때, 모든 정수 n에 대하여
$2g(n)<g(n-1)+g(n+1)$이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

22. $\sin\theta=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$일 때, $\tan^2\theta$의 값을 구하시오. [3점]

23. 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 $t\ (t>0)$에서의 위치 $(x,\ y)$가

$$x=\ln(1+t^2),\quad y=a\left(t-\frac{1}{t}\right)\ (a>0)$$

이다. 점 P의 시각 $t=1$에서의 속력이 $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$일 때, $\dfrac{1}{a^2}$의 값을 구하시오. (단, a는 상수이다.) [3점]

24. 어느 모집단의 확률변수 X의 확률질량함수가

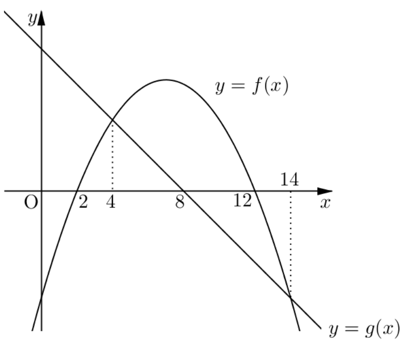
$$\mathrm{P}(X=x)=\frac{k}{{}_{x+1}\mathrm{C}_2}\ (x=1,\ 2,\ 3,\ 4)$$

이다. 이 모집단에서 임의추출한 크기가 2인 표본을 각각 X_1, X_2라 할 때, $Y=X_1+X_2$라 하자. $\mathrm{E}(24Y+1)$의 값을 구하시오. (단, k는 상수이다.) [3점]

25. 이차함수 $y=f(x)$의 그래프와 직선 $y=g(x)$가 그림과 같을 때, 부등식

$$\log_2\frac{g(x)}{f(x)}\geq 0$$

를 만족시키는 모든 자연수 x의 값의 합을 구하시오.
(단, $f(2)=f(12)=0$이고 $g(8)=0$이다.) [3점]



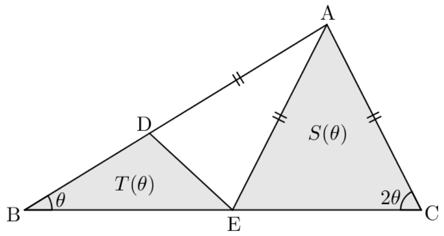
26. 5 이상의 자연수 n에 대하여 한 개의 원판을 중심각의 크기가 서로 같은 n개의 부채꼴로 나누고, 1부터 n까지의 자연수를 각 부채꼴에 하나씩 적을 때, 다음 조건을 만족시키는 경우의 수를 $f(n)$이라 하자.

> (가) 1이 적힌 부채꼴과 짝수가 적힌 부채꼴은 서로 <u>이웃하지 않는다.</u>
> (나) 1이 적힌 부채꼴과 이웃하는 두 부채꼴에 적힌 수의 합은 $\frac{3}{2}n$보다 작다.

$\frac{f(13)}{f(12)}=\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오.
(단, p와 q는 서로소인 자연수이고, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [4점]

27. 그림과 같이 $\overline{\mathrm{BC}}=1$이고 $\angle\mathrm{ABC}=\theta$, $\angle\mathrm{ACB}=2\theta$인 삼각형 ABC가 있다. 선분 AB와 BC 위에 $\overline{\mathrm{AC}}=\overline{\mathrm{AD}}=\overline{\mathrm{AE}}$가 되도록 각각 점 D, E를 잡는다. 삼각형 ACE의 넓이를 $S(\theta)$, 삼각형 BDE의 넓이를 $T(\theta)$라 할 때, $\lim\limits_{\theta\to0+}\dfrac{T(\theta)}{S(\theta)}=a$이다.

$100a$의 값을 구하시오. (단, $0<\theta<\dfrac{\pi}{4}$) [4점]



28. 집합 $X=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$에서 $Y=\{1, 2, 3, 4\}$로의 함수 f 중에서 다음 조건을 만족시키는 함수 f의 개수를 구하시오. [4점]

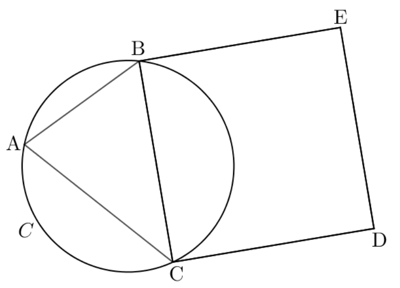
> (가) 함수 f의 치역의 원소의 개수는 3이다.
> (나) $n=1, 2, 3$일 때, $f(n)\le f(n+1)$이다.
> (다) $n=4, 5, 6$일 때, $f(n)\ge f(n+1)$이다.

29. 그림과 같이 반지름의 길이가 $\sqrt{10}$ 인 원 C 위의 세 점 A, B, C와 선분 BC를 한 변으로 하는 정사각형 BCDE가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 사각형 BCDE의 넓이는 삼각형 ABC의 넓이의 3배이다.

(나) $\cos(\angle \mathrm{ABE}) = -\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

삼각형 ACD에 외접하는 원의 반지름의 길이를 R라 할 때, R^2의 값을 구하시오. [4점]



30. 음의 실수 t에 대하여 함수

$$f(x) = \ln(e^t x^2 + a) + \frac{1}{2}x \quad (0 < a < 1)$$

가 실수 전체에서 정의된 역함수 $g(x)$를 가진다. 방정식

$$f(2x) = \frac{1}{2}g(x)$$

의 양의 실근을 $x = \alpha$라 할 때, $g'(\alpha)$의 최솟값을 $h(t)$라 하자.
$\displaystyle\int_{-\ln 10}^{-\ln 5} \left(\frac{1}{h(t)} - \frac{1}{2} \right)^2 dt = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$의 값을 구하시오.
(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

＊ 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

2021학년도 대학수학능력시험 대비 녹색지대 모의고사 4회

수학 영역

(나 형)

성명		수험 번호					—				

○ 문제지의 해당란에 성명과 수험번호를 정확히 쓰시오.

○ 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하시오.

가까스로 두 팔 벌려 껴안아 보는

○ 답안지의 해당란에 성명과 수험번호를 쓰고, 또 수험번호, 문형(홀수/짝수), 답을 정확히 표시하시오.

○ 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하시오.

○ 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.

○ 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

수학 영역(나 형)

5지선다형

1. $2^{-\frac{1}{3}} \times \sqrt[3]{16}$ 의 값은? [2점]

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ 2 ④ 4 ⑤ 8

2. $\lim_{x \to 1} \frac{\sqrt{x}-1}{x^2+x-2}$ 의 값은? [2점]

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

3. 수열 $\{a_n\}$이 $\sum_{n=1}^{10}\left(a_n - \frac{1}{5}\right) = 2$ 를 만족시킬 때, $\sum_{n=1}^{10}(2a_n - 1)$ 의 값은? [2점]

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

4. $\log_{x-1}(-x^2+6x-5)$ 의 값이 정의되기 위한 모든 정수 x 의 값의 합은? [3점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

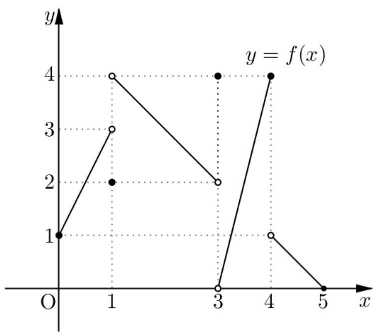
5. 두 사건 A, B가 서로 독립이고,

$$\mathrm{P}(A\cup B)=\frac{1}{2},\quad \mathrm{P}(A\cup B^C)=\frac{2}{3}$$

일 때, $\mathrm{P}(A\cap B)$의 값은? (단, B^C는 B의 여사건이다.) [3점]

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{4}{15}$ ③ $\frac{1}{5}$ ④ $\frac{2}{15}$ ⑤ $\frac{1}{15}$

6. 닫힌구간 $[0, 5]$에서 정의된 함수 $f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x\to 1-} f(x)=a$일 때, $f(a)+\lim_{x\to a-} f(x)$의 값은? [3점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

7. 등비수열 $\{a_n\}$이

$$a_1+a_3=3,\quad a_2a_4+a_3a_5=12$$

를 만족시킬 때, a_7의 값은? [3점]

① $4\sqrt{2}$ ② 8 ③ $8\sqrt{2}$ ④ 16 ⑤ $16\sqrt{2}$

8. 이산확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	1	2	3	4	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{1}{3}$	a	b	$\frac{1}{6}$	1

$\mathrm{E}(X)=\frac{7}{3}$일 때, $\mathrm{V}(3X+1)$의 값은? [3점]

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

9. $\tan\theta+\frac{1}{\tan\theta}=4$를 만족시키는 θ에 대하여 이차방정식 $x^2-ax+b=0$의 두 실근이 $\sin\theta$, $\cos\theta$일 때, a^2+b^2의 값은? [3점]

① $\frac{25}{16}$ ② $\frac{3}{2}$ ③ $\frac{23}{16}$ ④ $\frac{11}{8}$ ⑤ $\frac{21}{16}$

10. 함수 $f(x)=ax+b$가

$$\int_{-1}^{1}f(x)dx=\int_{-1}^{1}(x-1)f(x)dx=2$$

을 만족시킬 때, $f(2)$의 값은? (단, a와 b는 상수이다.) [3점]

① 9 ② 11 ③ 13 ④ 15 ⑤ 17

11. 숫자 1, 2, 3이 하나씩 적힌 카드 3장과 문자 a, a, b, b가 하나씩 적힌 4장의 카드가 있다. 이 7장의 카드를 다음 조건을 만족시키도록 일렬로 나열하는 모든 방법의 수는? [3점]

> (가) 숫자가 적힌 카드는 작은 수부터 크기순으로 왼쪽부터 오른쪽으로 나열한다.
> (나) 문자 a가 적힌 카드끼리는 서로 이웃하지 않는다.

① 150 ② 180 ③ 210 ④ 240 ⑤ 270

12. 삼각형 ABC에서

$$\sin(A+B)=\cos(B+C)=\frac{3}{5}$$

이고 $\overline{\mathrm{AB}}=2$일 때, 삼각형 ABC의 넓이는? [3점]

① $\frac{18}{25}$ ② $\frac{11}{15}$ ③ $\frac{56}{75}$ ④ $\frac{19}{25}$ ⑤ $\frac{58}{75}$

13. 함수 $f(x)=2x^3-3(k+1)x^2+6kx+1$ 이 $x=2k+1$ 에서 극댓값을 가질 때, 함수 $f(x)$의 극솟값은? (단, k는 상수이다.) [3점]

① -9 ② -7 ③ -5 ④ -3 ⑤ -1

14. 등차수열 $\{a_n\}$이

$$\sum_{k=1}^{11}(-1)^k a_k = a_4, \quad \sum_{k=1}^{12} a_k = a_8+5$$

를 만족시킬 때, a_{20}의 값은? [4점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

15. 한 개의 원판을 중심각의 크기가 서로 같은 10개의 부채꼴로 나누고, 1부터 10까지의 자연수를 각 부채꼴에 하나씩 적을 때, 다음 조건을 만족시킬 확률은? [4점]

(가) 1이 적힌 부채꼴과 짝수가 적힌 부채꼴은 서로 <u>이웃하지 않는다.</u>
(나) 1이 적힌 부채꼴과 이웃하는 두 부채꼴에 적힌 수의 합은 15보다 작다.

① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{5}{36}$ ③ $\frac{1}{6}$ ④ $\frac{7}{36}$ ⑤ $\frac{2}{9}$

16. 닫힌구간 $[0, 3]$에서 정의된 함수

$$f(x) = 2^{2x} - 2^{x+a} + b$$

에 대하여 $f(1) = f(2)$이고 함수 $f(x)$의 최솟값이 4이다. 함수 $f(x)$의 최댓값은? (단, a와 b는 상수이다.) [4점]

① 29 ② 30 ③ 31 ④ 32 ⑤ 33

17. 삼차함수 $f(x)$에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(1,\ f(1))$에서 그은 접선을 $y=g(x)$라 하자. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가

$$\lim_{x\to 4}\frac{f(x)-g(x)}{x-4}=-9$$

을 만족시킬 때, 방정식 $f(x)=g(x)+kx$가 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 모든 실수 k의 값의 합은? [4점]

① -21　② -20　③ -19　④ -18　⑤ -17

18. 확률변수 X는 정규분포 $\mathrm{N}(m,\ 1^2)$, 확률변수 Y는 정규분포 $\mathrm{N}(20-m,\ 2^2)$을 따른다.

$$\mathrm{P}(X\le k)\le \mathrm{P}(Y\ge k)$$

을 만족시키는 실수 k의 최댓값이 9일 때, $\mathrm{P}(X\ge 8)+\mathrm{P}(Y\le 14)$의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4점]

z	$\mathrm{P}(0\le Z\le z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

① 0.6247　② 0.6587　③ 0.7745　④ 0.8085　⑤ 0.8502

19. 좌표평면의 원점에 점 A가 있다. 한 개의 주사위를 사용하여 다음 시행을 한다.

주사위를 한 번 던져 3의 배수인 눈이 나오면 점 A를 x축의 양의 방향으로 1만큼, 3의 배수가 아닌 눈이 나오면 점 A를 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 1만큼 이동시킨다.

위의 시행을 반복하여 점 A가 이동한 점의 좌표를 (a, b)라 할 때, $a=b+2$인 사건을 A라 하자.
다음은 위의 시행을 여섯 번 반복하여 사건 A가 발생한 횟수가 3이었을 때, 3의 배수인 눈이 나온 횟수가 2일 확률을 구하는 과정이다.

사건 A가 발생한 횟수가 3이 되려면 위의 시행을 반복하여 3의 배수의 눈이 나온 횟수가 처음으로 2가 되었을 때, 이어서 3의 배수가 아닌 눈이 연속하여 두 번만 나와야 한다.
위 시행에서 3의 배수인 눈이 총 두 번 나올 때까지 주사위를 던진 횟수를 $X\ (2 \le X \le 4)$라 하자. 그러면

(1) $X=2$인 경우, 여섯 번의 시행에서 사건 A가 발생한 횟수가 3일 확률은

$$\mathrm{P}(X=2)=\left(\frac{1}{3}\right)^3\left(\frac{2}{3}\right)^2$$

(2) $X=3$인 경우, 여섯 번의 시행에서 사건 A가 발생한 횟수가 3일 확률은

$$\mathrm{P}(X=3)=\boxed{\text{(가)}}\times\left(\frac{1}{3}\right)^3\left(\frac{2}{3}\right)^3$$

(3) $X=4$인 경우, 여섯 번의 시행에서 사건 A가 발생한 횟수가 3일 확률은

$$\mathrm{P}(X=4)=\boxed{\text{(나)}}\times\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{2}{3}\right)^4$$

이므로 여섯 번의 시행에서 사건 A가 발생한 횟수가 3이고, 3의 배수인 눈이 나온 횟수가 2인 경우는 $X=4$인 경우뿐이다.
따라서 조건부확률의 정의에서 구하는 확률은

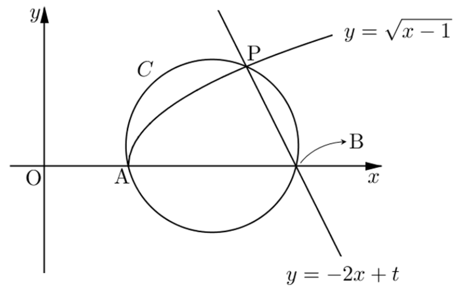
$$\frac{\mathrm{P}(X=4)}{\mathrm{P}(X=2)+\mathrm{P}(X=3)+\mathrm{P}(X=4)}=\boxed{\text{(다)}}$$

이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q, r라 할 때, $p\times q\times r$의 값은? [4점]

① $\frac{24}{5}$ ② $\frac{9}{2}$ ③ $\frac{72}{17}$ ④ 4 ⑤ $\frac{72}{19}$

20. 그림과 같이 실수 $t\ (t>2)$에 대하여 곡선 $y=\sqrt{x-1}$과 직선 $y=-2x+t$가 x축과 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 곡선 $y=\sqrt{x-1}$과 직선 $y=-2x+t$가 만나는 점을 P라 하자. 세 점 A, B, P를 지나는 원을 C라 할 때, 원 C의 넓이를 $f(t)$라 하고, 선분 BP의 길이를 $g(t)$라 하자.
$\lim_{t\to 2+}\frac{f(t)g(t)}{(t-2)^3}$의 값은? [4점]



① $\frac{\sqrt{5}}{8}\pi$ ② $\frac{\sqrt{5}}{7}\pi$ ③ $\frac{5\sqrt{5}}{32}\pi$ ④ $\frac{\sqrt{5}}{6}\pi$ ⑤ $\frac{7\sqrt{5}}{40}\pi$

21. 첫째항이 1인 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$(a_{n+1}-n)(a_{n+1}-a_n+1)=0$$

을 만족시킨다. $a_{10}=5$일 때, $\sum_{n=1}^{15} a_n$의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m이라 하자. $M+m$의 값은? [4점]

① 102 ② 106 ③ 110 ④ 114 ⑤ 118

단답형

22. $(3x-1)^4$의 전개식에서 x^2의 계수를 구하시오. [3점]

23. 두 실수 a, b가

$$2^a = 4\sqrt{6}, \quad a-b=\log_4 3$$

를 만족시킬 때, 4^b의 값을 구하시오. [3점]

24. 어느 버스 정류장에서 승객들이 버스를 기다리는 시간은 평균이 m, 표준편차가 σ인 정규분포를 따른다고 한다. 이 버스 정류장을 이용하는 승객 n명을 임의추출하여 버스를 기다리는 시간을 조사한 표본평균을 이용하여 구한 모평균 m에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $8.88 \le m \le 11.12$이다. $\frac{n}{\sigma} = 12.25$일 때, $n+\sigma$의 값을 구하시오.
(단, 시간의 단위는 분이고 Z가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $\mathrm{P}(0 \le Z \le 1.96) = 0.475$로 계산한다.) [3점]

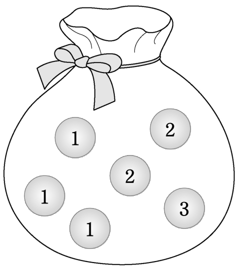
25. 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t\ (t \ge 0)$에서의 속도 $v(t)$가

$$v(t) = t^3 - 6t^2 + 10t + 2$$

이다. 점 P의 가속도가 최소일 때, 점 P의 위치를 구하시오. [3점]

26. 함수 $f(x) = x^3 + 2x^2 + 4$에 대하여 두 곡선 $y = f(x)$와 $y = f'(x)$로 둘러싸인 부분의 넓이를 S라 할 때, $6S$의 값을 구하시오. [4점]

27. 숫자 1, 1, 1, 2, 2, 3이 하나씩 적혀 있는 6개의 공이 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 3개의 공을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 3개의 공에 적혀 있는 수를 각각 a, b, c라 하자. $a+b+c>4$일 때, 세 수 a, b, c 중 적어도 두 수가 같을 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]



28. 자연수 n에 대하여 x에 대한 이차방정식

$$x^2-4nx+n(4n^2-1)a_n=0$$

이 $x=b_n$을 중근으로 갖는다. $\sum_{n=1}^{25}\frac{a_n}{b_n}=\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

29. 집합 $X=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$에서 $Y=\{1, 2, 3\}$로의 함수 f 중에서 다음 조건을 만족시키는 함수 f의 개수를 구하시오. [4점]

> (가) 함수 f의 치역은 Y이다 .
> (나) $n=1, 2, 3$일 때, $f(n) \le f(n+1)$이다.
> (다) $n=4, 5, 6$일 때, $f(n) \ge f(n+1)$이다.

30. 최고차항의 계수가 1인 두 삼차함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 함수

$$h(x)=\begin{cases} f(x) & (x<0) \\ \displaystyle\int_x^{x+2} g(t)\,dt & (x \ge 0) \end{cases}$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 함수 $h(x)$는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.
> (나) 함수 $|h(x)|$는 $x=-2$에서만 미분가능하지 않다.

$h(0)=0$일 때, $f(3)+g(3)$의 최솟값을 구하시오. [4점]

> ＊ 확인 사항
> ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

2021학년도 대학수학능력시험 대비
녹색지대 모의고사 4회 해설지
수학 영역(가 형)

정 답

1	②	2	①	3	③	4	⑤	5	④
6	②	7	⑤	8	①	9	③	10	①
11	④	12	④	13	②	14	③	15	①
16	⑤	17	②	18	⑤	19	①	20	④
21	③	22	8	23	16	24	78	25	34
26	59	27	25	28	276	29	58	30	29

해 설

1. [출제 의도] 초월함수의 극한을 계산할 수 있는가?

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin 3x}{e^{2x}-1}=\lim_{x\to 0}\frac{3}{2}\left(\frac{2x}{e^{2x}-1}\times\frac{\sin 3x}{3x}\right)$$
$$=\frac{3}{2}$$

2. [출제 의도] 여러 가지 수열의 합을 구할 수 있는가?

$$\sum_{k=1}^{5}\left(2^k+k\right)=\frac{2\times\left(2^5-1\right)}{2-1}+\frac{5\times 6}{2}$$
$$=77$$

3. [출제 의도] 여러 가지 함수의 미분법을 이용하여 함수의 이계도함수를 구할 수 있는가?

$f'(x)=1\times\ln x+x\times\dfrac{1}{x}=\ln x+1$,

$f''(x)=\dfrac{1}{x}$

이므로 $f''(e)=\dfrac{1}{e}$이다.

4. [출제 의도] 독립인 사건의 성질을 이용하여 확률을 계산할 수 있는가?

두 사건 A, B가 독립이므로 확률의 덧셈정리에 의하여

$$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)$$
$$=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)=\frac{1}{2}\ \cdots\ ①$$

$$\mathrm{P}(A\cup B^C)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B^C)-\mathrm{P}(A\cap B^C)$$
$$=\mathrm{P}(A)+\{1-\mathrm{P}(B)\}-\mathrm{P}(A)\{1-\mathrm{P}(B)\}$$
$$=1-\mathrm{P}(B)+\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)=\frac{2}{3}\ \cdots\ ②$$

①, ②를 변변 더하면

$1+\mathrm{P}(A)=\dfrac{7}{6}$, $\mathrm{P}(A)=\dfrac{1}{6}$

이를 ②에 대입하여 풀면

$1-\mathrm{P}(B)+\dfrac{1}{6}\mathrm{P}(B)=\dfrac{2}{3}$, $\mathrm{P}(B)=\dfrac{2}{5}$

$\therefore\ \mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)=\dfrac{1}{6}\cdot\dfrac{2}{5}=\dfrac{1}{15}$

5. [출제 의도] 로그의 정의를 이용하여 식을 계산할 수 있는가?

$2^a=5$이므로 $4^a=25$이다.

$a+b=\log_4 3$이므로 $4^{a+b}=3$

$\therefore\ 4^b=\dfrac{4^{a+b}}{4^a}=\dfrac{3}{25}$

6. [출제 의도] 음함수의 미분법을 이용하여 접선의 방정식을 구할 수 있는가?

방정식 $x^3+\sin(y+1)=1$에 $(x,\ y)=(a,\ -1)$을 대입하면

$a^3=1\ \Rightarrow\ a=1$

방정식 $x^3+\sin(y+1)=1$의 양변을 x에 대하여 미분하면

$3x^2+y'\cos(y+1)=0$

위 등식에 $(x,\ y)=(1,\ -1)$을 대입하면

$3+y'=0$, $y'=-3$

따라서 주어진 곡선 위의 점 $(1,\ -1)$에서 그은 접선의 방정식은

$y=-3(x-1)-1=-3x+2$

$\Rightarrow\ b=-3\cdot(-1)+2=5$

$\therefore\ a+b=6$

7. [출제 의도] 지수함수의 최대, 최소를 구할 수 있는가?

$$f(x)=a\times 2^{1-x}+b$$
$$=2a\times\left(\frac{1}{2}\right)^x+b$$

이고 $a>0$이므로 함수 $f(x)$는 실수 전체의 집합에서 감소한다.

따라서 닫힌구간 $[0,\ 2]$에서

함수 $f(x)$의 최댓값은 $f(0)=2a+b=2$

함수 $f(x)$의 최솟값은 $f(2)=\dfrac{1}{2}a+b=-1$

위 두 등식을 연립하여 풀면 $a=2$, $b=-2$

$\therefore\ f(1)=4\times\dfrac{1}{2}-2=0$

8. [출제 의도] 이항분포의 정의를 이해하고 있는가?

$$\mathrm{P}(X=1)={}_n\mathrm{C}_1\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^1\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}=n\cdot\frac{2^{n-1}}{3^n}$$

$$\mathrm{P}(X=2)={}_n\mathrm{C}_2\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{2}{3}\right)^{n-2}=\frac{n(n-1)}{2}\cdot\frac{2^{n-2}}{3^n}$$

이고 문제의 조건으로부터

$\dfrac{\mathrm{P}(X=2)}{\mathrm{P}(X=1)}=6$이므로

$$\frac{\dfrac{n(n-1)}{2}\cdot\dfrac{2^{n-2}}{3^n}}{n\cdot\dfrac{2^{n-1}}{3^n}}=\frac{n-1}{4}=6$$

$\therefore\ n=25$

9. [출제 의도] 정적분을 이용하여 급수를 계산할 수 있는가?

정적분과 급수의 관계에서

$$\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{\pi}{n}f\left\{\frac{(n+2k)\pi}{2n}\right\}$$
$$=\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{\pi}{n}f\left(\frac{\pi}{2}+\frac{k\pi}{n}\right)$$
$$=\int_0^{\pi}f\left(\frac{\pi}{2}+x\right)dx$$
$$=\int_0^{\pi}\left(\frac{\pi}{2}+x\right)\cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right)dx$$
$$=-\int_0^{\pi}\frac{\pi}{2}\sin x\,dx-\int_0^{\pi}x\sin x\,dx$$
$$=-\frac{\pi}{2}\times 2+\Big[x\cos x\Big]_0^{\pi}-\int_0^{\pi}\cos x\,dx$$
$$=-2\pi$$

10. [출제 의도] 여사건을 이용하여 확률을 계산할 수 있는가?

문제에서 구하는 확률은 주머니에서 3개의 공을 꺼낼 때, 노란 공과 파란 공의 개수의 합이 1 이하일 확률을 전체에서 제외한 것과 같다.

(1) 노란 공과 파란 공의 개수의 합이 1일 확률은 빨간 공을 2개 선택하고, 나머지 1개의 공을 노란 공 또는 파란 공 중 하나를 선택할 확률이므로

$$\frac{{}_3\mathrm{C}_2\times{}_2\mathrm{C}_1+{}_3\mathrm{C}_2\times{}_2\mathrm{C}_1}{{}_7\mathrm{C}_3}=\frac{12}{35}$$

(2) 노란 공과 파란 공의 개수의 합이 0일 확률은 빨간 공을 3개 선택할 확률이므로

$$\frac{{}_3\mathrm{C}_3}{{}_7\mathrm{C}_3}=\frac{1}{35}$$

따라서 (1), (2)에서 문제에서 구하는 확률은

$$1-\frac{12}{35}-\frac{1}{35}=\frac{22}{35}$$

11. [출제 의도] 등차수열의 성질을 이해하고, 그 합을 구할 수 있는가?

수열 $\{a_n\}$의 공차를 d라 하면

$$\sum_{k=1}^{11}(-1)^k a_k$$
$$=(a_2-a_1)+(a_4-a_3)+\cdots+(a_{10}-a_9)-a_{11}$$
$$=-a_{11}+5d=-a_6$$

이므로 문제의 조건에서 $a_4+a_6=0$

등차중항의 성질에서 $a_5=0$

한편

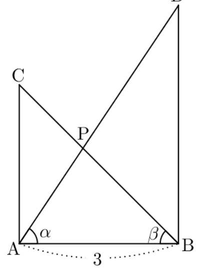
$$\sum_{k=1}^{12}a_k=\frac{12\times(a_1+a_{12})}{2}=6(a_5+a_8)$$

이고, $a_5=0$이므로 문제의 조건에서

$6a_8=a_8+5\ \Rightarrow\ a_8=1$, $3d=1$

$\therefore\ a_{20}=a_5+15d=5$

12. [출제 의도] 삼각함수의 덧셈정리를 이용하여 문제를 해결할 수 있는가?



그림과 같이 $\angle\mathrm{PAB}=\alpha$, $\angle\mathrm{PBA}=\beta$라 하면

$\overline{\mathrm{AC}}=3\tan\beta$, $\overline{\mathrm{BD}}=3\tan\alpha$ ⋯ ①

$\triangle\mathrm{PAC}\backsim\triangle\mathrm{PDB}$ (AA 닮음)

이므로 닮음의 성질에 의하여

$\overline{\mathrm{PB}}:\overline{\mathrm{PC}}=\overline{\mathrm{BD}}:\overline{\mathrm{AC}}$ ⋯ ②

문제의 조건에서 $\overline{\mathrm{PB}}:\overline{\mathrm{PC}}=3:2$이므로 ①, ②에서

$$\tan\alpha:\tan\beta=3:2$$

$\tan\alpha=3t$, $\tan\beta=2t$ $(t>0)$이라 하면

$$\begin{aligned}\tan\angle\mathrm{APB}&=\tan\{\pi-(\alpha+\beta)\}\\&=-\tan(\alpha+\beta)\\&=-\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}\\&=-\frac{5t}{1-6t^2}=5\end{aligned}$$

$\Rightarrow$ $6t^2-t-1=0$, $(3t+1)(2t-1)=0$

$t>0$이므로 $\therefore$ $t=\frac{1}{2}$

$\overline{\mathrm{AC}}=3\tan\beta=3$이므로

$\triangle\mathrm{ABC}=\frac{1}{2}\times\overline{\mathrm{AB}}\times\overline{\mathrm{AC}}=\frac{9}{2}$

$\overline{\mathrm{PB}}:\overline{\mathrm{PC}}=3:2$이므로

$\therefore$ $\triangle\mathrm{APB}=\frac{3}{5}\triangle\mathrm{ABC}=\frac{27}{10}$

13. [출제 의도] 도함수를 활용하여 함수의 극댓값과 극솟값을 구할 수 있는가?

함수 $f(x)$는 미분가능한 함수이고 $x=1$에서 극솟값을 가지므로 $f'(1)=0$이다.

$f'(x)=(ax^2+2x-a^2)e^{ax}$

$\Rightarrow$ $f'(1)=(-a^2+a+2)e^a=0$

에서 $a=-1$ 또는 $a=2$

(1) $a=-1$인 경우

$$\begin{aligned}f'(x)&=(-x^2+2x-1)e^{ax}\\&=-(x-1)^2e^{ax}\end{aligned}$$

이므로 모든 실수 x에 대하여 $f'(x)\le 0$이다.

따라서 함수 $f(x)$는 극값을 갖지 않는다.

(2) $a=2$인 경우

$$\begin{aligned}f'(x)&=(2x^2+2x-4)e^{ax}\\&=2(x+2)(x-1)e^{ax}\end{aligned}$$

이므로 함수 $f(x)$는 $x=-2$에서 극댓값을 가지고, $x=1$에서 극솟값을 갖는다.

(1), (2)에서 $a=2$이고 함수 $f(x)$의 극댓값은

$f(-2)=(2^2-2)e^{2\times(-2)}=\frac{2}{e^4}$이다.

14. [출제 의도] 조건부확률의 정의를 이해하고 있는가?

세 수 a, b, c 중 두 수만 서로 같은 사건을 A라 하고, $a\times b\times c$가 6의 배수인 사건을 B라 하자.

$n(A)={}_3\mathrm{C}_2\times{}_6\mathrm{P}_2=90$

이고, 사건 $A\cap B$는 아래와 같은 경우로 나누어 생각할 수 있다.

(1) 같은 두 수가 1 또는 5인 경우

남은 하나의 수는 6이어야 하므로 가능한 경우의 수는 ${}_3\mathrm{C}_2\times1\times2=6$

(2) 같은 두 수가 2 또는 4인 경우

남은 하나의 수는 3 또는 6이어야 하므로 가능한 경우의 수는 ${}_3\mathrm{C}_2\times2\times2=12$

(3) 같은 두 수가 3인 경우

남은 하나의 수는 2 또는 4 또는 6이어야 하므로 가능한 경우의 수는 ${}_3\mathrm{C}_2\times3=9$

(4) 같은 두 수가 6인 경우

남은 하나의 수는 6을 제외한 다섯 개의 수가 모두 될 수 있으므로 가능한 경우의 수는 ${}_3\mathrm{C}_2\times5=15$

(1)～(4)에서

$$n(A\cap B)=6+12+9+15=42$$

조건부확률의 정의에 의하여 구하는 확률은

$$\mathrm{P}(B|A)=\frac{n(A\cap B)}{n(A)}=\frac{7}{15}$$

15. [출제 의도] 삼각함수의 그래프를 이해하고, 삼각함수를 포함한 방정식을 해결할 수 있는가?

곡선 $y=f(x)$를 x축에 대하여 대칭이동하고, x축의 방향으로 $\frac{\pi}{2}$만큼, y축의 방향으로 -1만큼 평행이동하여 얻은 곡선의 식을 $y=g(x)$라 하면

$$\begin{aligned}g(x)&=-a\sin\left(x-\frac{\pi}{2}\right)-b-1\\&=a\cos x-b-1\end{aligned}$$

문제의 조건에서 $f\left(\frac{\pi}{4}\right)=g\left(\frac{\pi}{4}\right)=c$이므로

$\frac{\sqrt{2}}{2}a+b=\frac{\sqrt{2}}{2}a-b-1$ $\Rightarrow$ $b=-\frac{1}{2}$

즉, $\frac{\sqrt{2}}{2}a-\frac{1}{2}=c$ $\cdots$ ①

함수 $f(x)$의 최댓값이 $2\sqrt{2}c$이고, $a>0$이므로

$a-\frac{1}{2}=2\sqrt{2}c$ $\cdots$ ②

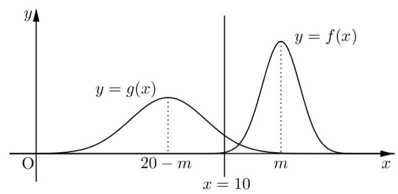
①, ②를 연립하여 풀면 $c=\frac{2-\sqrt{2}}{4}$

16. [출제 의도] 정규분포의 성질을 이해하고, 이를 이용하여 확률을 계산할 수 있는가?

두 확률변수 X, Y의 평균인 m, $20-m$의 평균이 10이므로 다음과 같은 경우로 나누어 생각한다.

(1) $m\ge10$인 경우

두 확률변수 X, Y의 확률밀도함수를 각각 $f(x)$, $g(x)$라 하면 두 곡선 $y=f(x)$와 $y=g(x)$의 그래프는 다음과 같다.



이 경우

$\mathrm{P}(10\le X\le m)=\mathrm{P}(10-m\le Z\le0)$

$\mathrm{P}(20-m\le Y\le10)=\mathrm{P}\left(0\le Z\le\frac{m-10}{2}\right)$

이므로

$\mathrm{P}(10\le X\le m)\ge\mathrm{P}(20-m\le Y\le10)$

이다. 따라서

$\mathrm{P}(X\le10)=\frac{1}{2}-\mathrm{P}(10\le X\le m)$

$\mathrm{P}(Y\ge10)=\frac{1}{2}-\mathrm{P}(20-m\le Y\le10)$

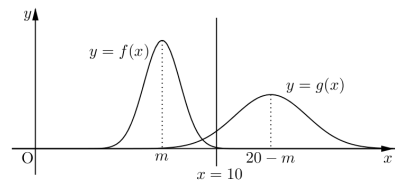
에서

$\mathrm{P}(X\le10)\le\mathrm{P}(Y\ge10)$

이다. 이는 문제의 조건을 만족시키지 않는다.

(2) $m<10$인 경우

두 곡선 $y=f(x)$와 $y=g(x)$의 그래프는 다음과 같다.



k의 값이 증가할 때,

$\mathrm{P}(X\le k)$의 값은 증가하고 $\mathrm{P}(Y\ge k)$의 값은 감소하므로 문제의 조건에서 $k=9$일 때 $\mathrm{P}(X\le k)=\mathrm{P}(Y\ge k)$이어야 한다.

$\mathrm{P}(X\le9)=\mathrm{P}(Z\le9-m)$

$\mathrm{P}(Y\ge9)=\mathrm{P}\left(Z\ge\frac{m-11}{2}\right)$

즉, $\mathrm{P}(Z\le9-m)=\mathrm{P}\left(Z\ge\frac{m-11}{2}\right)$

이므로 표준정규분포의 성질에서

$9-m+\frac{m-11}{2}=0$ $\Rightarrow$ $m=7$

$\therefore$ $\mathrm{P}(X\ge8)+\mathrm{P}(Y\le14)$

$=\mathrm{P}(Z\ge1)+\mathrm{P}\left(Z\le\frac{1}{2}\right)$

$=(0.5-0.3413)+(0.5+0.1915)=0.8502$

17. [출제 의도] 치환적분법을 이용하여 함수의 정적분의 값을 계산할 수 있는가?

정적분 $\int_0^1 f(1-\sqrt{t})dt$에서 $1-\sqrt{t}=u$라 하면

$-\frac{1}{2\sqrt{t}}dt=du$ $\Rightarrow$ $dt=-2\sqrt{t}\,du=2(u-1)du$

이므로

$$\begin{aligned}\int_0^1 f(1-\sqrt{t})dt&=\int_1^0 2(u-1)f(u)du\\&=-\int_0^1 2(u-1)f(u)du\end{aligned}$$

따라서

$f(x)=e^x-4x^2\int_0^1 f(t)dt-4x\int_0^1(t-1)f(t)dt$

이고,

$\int_0^1 f(t)dt=a$, $\int_0^1(t-1)f(t)dt=b$라 하자.

$f(x)=e^x-4ax^2-4bx$에서

$$\begin{aligned}a=\int_0^1 f(x)dx&=\int_0^1(e^x-4ax^2-4bx)dx\\&=\left[e^x-\frac{4a}{3}x^3-2bx^2\right]_0^1\\&=e-\frac{4a}{3}-2b-1\end{aligned}$$

$\Rightarrow$ $7a+6b=3e-3$ $\cdots$ ①

$$\begin{aligned}(x-1)f(x)&=(x-1)e^x-4ax^2(x-1)-4bx(x-1)\\&=(x-1)e^x-4ax^3+4(a-b)x^2+4bx\end{aligned}$$

에서

$$\begin{aligned}b&=\int_0^1(x-1)f(x)dx\\&=\int_0^1\{(x-1)e^x-4ax^3+4(a-b)x^2+4bx\}dx\\&=\left[(x-2)e^x-ax^4+\frac{4}{3}(a-b)x^3+2bx^2\right]_0^1\\&=-e+2-a+\frac{4}{3}(a-b)+2b=\frac{1}{3}a+\frac{2}{3}b-e+2\end{aligned}$$

$\Rightarrow$ $a-b=3e-6$ $\cdots$ ②

①, ②를 연립하여 풀면

$a = \dfrac{21}{13}e - 3,\ b = -\dfrac{18}{13}e + 3$

$$\therefore\ \int_0^1 xf(x)dx = \int_0^1 f(x)dx + \int_0^1 (x-1)f(x)dx = a + b = \frac{3e}{13}$$

18. [출제 의도] 조건부확률과 독립시행의 정의를 이용한 문제 해결 과정을 이해할 수 있는가?

(가): $X=3$인 경우는 주사위를 던져서 처음 두 번에는 3의 배수인 눈과 3의 배수가 아닌 눈이 각각 한 번씩 나오고, 세 번째에는 3의 배수의 눈이 나와야 한다. (총 2가지 경우)
또한, 네 번째와 다섯 번째에는 3의 배수가 아닌 눈이 나오고, 여섯 번째에는 3의 배수인 눈이 나와야 한다. (총 1가지 경우)

$\therefore\ \mathrm{P}(X=3) = 2\times\left(\dfrac{1}{3}\right)^3\left(\dfrac{2}{3}\right)^3 \Rightarrow p = 2$

(나): $X=4$인 경우는 주사위를 던져서 처음 세 번에는 3의 배수인 눈이 한 번, 3의 배수가 아닌 눈이 두 번 나오고 네 번째에는 3의 배수인 눈이 나와야 한다. (총 3가지 경우)
또한, 다섯 번째와 여섯 번째에는 모두 3의 배수가 아닌 눈이 나와야 한다. (총 1가지 경우)

$\therefore\ \mathrm{P}(X=4) = 3\times\left(\dfrac{1}{3}\right)^2\left(\dfrac{2}{3}\right)^4 \Rightarrow q = 3$

(다): (1), (2), (3)에서 구하는 확률은

$$\frac{3\times\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{2}{3}\right)^4}{\left(\frac{1}{3}\right)^3\left(\frac{2}{3}\right)^2 + 2\times\left(\frac{1}{3}\right)^3\left(\frac{2}{3}\right)^3 + 3\times\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{2}{3}\right)^4}$$

$= \dfrac{48}{12+16+48} = \dfrac{12}{19} \Rightarrow r = \dfrac{12}{19}$

$\therefore\ p\times q\times r = 2\times 3\times\dfrac{12}{19} = \dfrac{72}{19}$

19. 도형의 성질을 이용하여 등비급수의 합을 구할 수 있는가?

그림 R_1에서 문제의 조건과 사인법칙에 의하여

$\dfrac{\overline{\mathrm{B_1C_1}}}{\sin\angle \mathrm{B_1A_1C_1}} = 2\sqrt{7} \Rightarrow \overline{\mathrm{B_1C_1}} = \sqrt{21}$

$\overline{\mathrm{A_1B_1}} = 2k,\ \overline{\mathrm{A_1C_1}} = k$라 하면

삼각형 $\mathrm{A_1B_1C_1}$에서 코사인법칙에 의하여

$\overline{\mathrm{B_1C_1}}^2 = (2k)^2 + k^2 - 2\cdot 2k\cdot k\cdot\cos\angle \mathrm{B_1A_1C_1}$

$\Rightarrow\ 21 = 5k^2 + 2k^2,\ k = \sqrt{3}$

따라서 삼각형 $\mathrm{A_1B_1C_1}$의 넓이는

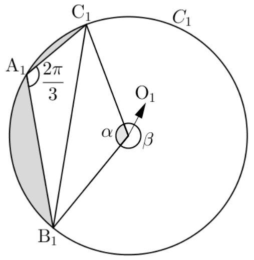
$\dfrac{1}{2}\cdot\overline{\mathrm{A_1B_1}}\cdot\overline{\mathrm{A_1C_1}}\cdot\sin\angle \mathrm{B_1A_1C_1}$

$= \dfrac{1}{2}\cdot 2\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{3\sqrt{3}}{2}$ … ①

원 C_1의 중심을 $\mathrm{O_1}$이라 하고, 그림과 같이 두 선분 $\mathrm{B_1O_1}$과 $\mathrm{C_1O_1}$이 이루는 두 각 중 크기가 작은 각의 크기를 α, 큰 것의 크기를 β라 하면 원주각과 중심각의 성질에 의하여

$\beta = 2\angle \mathrm{B_1A_1C_1} = \dfrac{4\pi}{3}$

이므로 $\alpha = 2\pi - \beta = \dfrac{2\pi}{3}$



따라서 삼각형 $\mathrm{B_1O_1C_1}$의 넓이는

$\dfrac{1}{2}\cdot\overline{\mathrm{B_1O_1}}\cdot\overline{\mathrm{C_1O_1}}\cdot\sin\alpha = \dfrac{7\sqrt{3}}{4}$ … ②

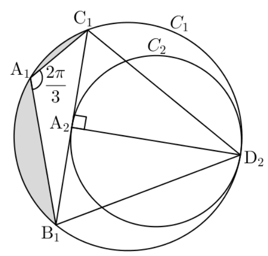
이고, 부채꼴 $\mathrm{B_1O_1C_1}$의 넓이는

$\dfrac{1}{2}\cdot\overline{\mathrm{B_1O_1}}^2\cdot\alpha = \dfrac{7}{3}\pi$ … ③

①, ②, ③에서 그림 R_1에서 색칠된 부분의 넓이는

$S_1 = \dfrac{7}{3}\pi - \dfrac{7\sqrt{3}}{4} - \dfrac{3\sqrt{3}}{2} = \dfrac{7}{3}\pi - \dfrac{13\sqrt{3}}{4}$

한편 그림 R_2에서



원 C_2가 원 C_1과 만나는 점을 $\mathrm{D_2}$라 하면 선분 $\mathrm{A_2D_2}$는 원 C_2의 지름이고, 원과 접선의 성질에서 $\overline{\mathrm{B_1C_1}} \perp \overline{\mathrm{A_2D_2}}$이다.

또한, 원 C_2는 원 C_1과 선분 $\mathrm{B_1C_1}$에 접하는 원 중 반지름이 가장 큰 원이므로 원 C_1의 중심은 직선 $\mathrm{A_2D_2}$ 위에 있다. 따라서 원과 현의 성질에서 $\mathrm{A_2}$는 선분 $\mathrm{B_1C_1}$의 중점이다.

따라서 $\triangle \mathrm{B_1A_2D_2} \equiv \triangle \mathrm{C_1A_2D_2}$ (SAS 합동)
이고, 원의 내접하는 사각형의 성질에서

$\angle \mathrm{B_1D_2C_1} = \pi - \angle \mathrm{B_1A_1C_1} = \dfrac{\pi}{3}$

즉, 삼각형 $\mathrm{B_1C_1D_2}$는 정삼각형이다.

$\overline{\mathrm{B_1C_1}} = \sqrt{21}$이므로 $\overline{\mathrm{A_2D_2}} = \sqrt{21}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{3\sqrt{7}}{2}$

즉, 원 C_2의 반지름은 $\dfrac{3\sqrt{7}}{4}$이다.

따라서 그림 R_2에서 새로 색칠된 도형의 넓이는
넓이는 R_1에서 색칠된 부분의 넓이의

$$r = \left(\frac{\frac{3\sqrt{7}}{4}}{\sqrt{7}}\right)^2 = \frac{9}{16}$$

배이고, 이는 모든 자연수 n에 대하여 R_{n+1}과 R_n에 대해서도 동일하므로 등비급수 공식에 의하여

$$\therefore\ \lim_{n\to\infty} S_n = \frac{S_1}{1-r} = \frac{\frac{7}{3}\pi - \frac{13\sqrt{3}}{4}}{1-\frac{9}{16}} = \frac{16}{3}\pi - \frac{52\sqrt{3}}{7}$$

20. [출제 의도] 귀납적으로 정의된 수열의 항을 계산하고, 그 합을 구할 수 있는가?

주어진 방정식으로부터 모든 자연수 n에 대하여
$a_{n+1} = n$ 또는 $a_{n+1} = a_n - 1$
이고 $a_{10} = 5$이므로 $a_9 = 6,\ a_8 = 7$ … ①

한편, $\displaystyle\sum_{k=1}^{7} a_k$의 값이 최대가 되는 경우는
6 이하의 모든 자연수 n에 대하여 $a_{n+1} = n$인 경우이고,

$\displaystyle\sum_{k=1}^{7} a_k$의 값이 최소가 되는 경우는
6 이하의 모든 자연수 n에 대하여 $a_{n+1} = a_n - 1$인 경우이다.

따라서 $a_1 = 1$이므로 $\displaystyle\sum_{k=1}^{7} a_k$의 값의 최댓값과 최솟값은 각각
$1 + (1+2+3+4+5+6) = 22$,
$1 + (0-1-2-3-4-5) = -14$ … ②
이다. 같은 방법으로

$\displaystyle\sum_{k=11}^{15} a_k$의 값이 최대가 되는 경우는
10 이상의 모든 자연수 n에 대하여 $a_{n+1} = n$인 경우이고,

$\displaystyle\sum_{k=11}^{15} a_k$의 값이 최소가 되는 경우는
10 이상의 모든 자연수 n에 대하여 $a_{n+1} = a_n - 1$인 경우이다.

따라서 $a_{10} = 5$이므로 $\displaystyle\sum_{k=11}^{15} a_k$의 값의 최댓값과 최솟값은 각각
$10+11+12+13+14 = 60$
$4+3+2+1+0 = 10$ … ③

①, ②, ③에서
$M = 22 + (7+6+5) + 60 = 100$
$m = -14 + (7+6+5) + 10 = 14$
$\therefore\ M + m = 100 + 14 = 114$

21. [출제 의도] 적분과 미분의 관계를 이용하여 정적분으로 정의된 함수의 극대와 극소를 판정할 수 있는가?

(ㄱ) $\displaystyle\lim_{x\to 0-}\{1-\cos(2\pi x)\}f(x)$

$\displaystyle= \lim_{x\to 0-}\frac{k\{1-\cos(2\pi x)\}}{x}$

$\displaystyle= \lim_{x\to 0-}\frac{k\sin^2(2\pi x)}{x\{1+\cos(2\pi x)\}} = 0$

이고,

$\displaystyle\lim_{x\to 0+}\{1-\cos(2\pi x)\}f(x)$

$\displaystyle= \lim_{x\to 0+}\{1-\cos(2\pi x)\}\ln(x+2)$

$= 1 - \cos(2\pi\cdot 0)f(0) = 0$

이므로

함수 $y = \{1-\cos(2\pi x)\}f(x)$는 $x=0$에서 연속이다.

따라서 적분과 미분의 관계에 의하여
함수 $g(x)$는 $x=0$에서 미분가능하다. (참)

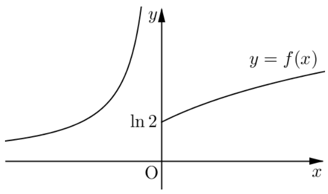
(ㄴ) ㄱ에서 $g'(0) = 0$이고, $k>0$이므로

$x < 0$일 때 $f(x) < 0$이고
$x > 0$일 때 $f(x) > 0$이다.

모든 실수 x에 대하여 $1-\cos(2\pi x) \geq 0$ ⋯ ①
이므로 $g'(x) = \{1-\cos(2\pi x)\}f(x)$의 값의 부호는
$x=0$ 좌우에서 음에서 양으로 바뀐다.

따라서 함수 $g(x)$는 $x=0$에서 극솟값을 갖는다.
또한, 함수 $g(x)$는 $x=0$에서 유일한 극솟값을
가지므로 함수 $g(x)$는 $x=0$에서 최솟값을 갖는다.
(참)

(ㄷ) $k=-1$일 때, 그림과 같이 함수 $f(x)$는
열린구간 $(-\infty, 0)$과 $(0, \infty)$에서 각각 증가한다. ⋯ ②



한편,
$\{g(n-1)+g(n+1)\}-2g(n)$
$=\{g(n+1)-g(n)\}-\{g(n)-g(n-1)\}$
이고 모든 정수 n에 대하여

$$g(n+1)-g(n) = \int_n^{n+1}\{1-\cos(2\pi t)\}f(t)dt,$$

$$\begin{aligned}g(n)-g(n-1) &= \int_{n-1}^{n}\{1-\cos(2\pi t)\}f(t)dt \\ &= \int_n^{n+1}\{1-\cos(2\pi(t-1))\}f(t-1)dt \\ &= \int_n^{n+1}\{1-\cos(2\pi t)\}f(t-1)dt\end{aligned}$$

이므로 정수 n에 대하여

$n<0$일 때와 $n>0$일 때에는
$\{g(n+1)-g(n)\}-\{g(n)-g(n-1)\}$

$$= \int_n^{n+1}\{1-\cos(2\pi t)\}\{f(t)-f(t-1)\}dt > 0$$

($\because$ ①, ②)

즉, $n<0$일 때와 $n>0$일 때에는
$2g(n) < g(n-1)+g(n+1)$이다.

한편 $n=0$일 때,

$$\begin{aligned}g(0)-g(-1) &= \int_0^1\{1-\cos(2\pi t)\}f(t-1)dt \\ &= \int_0^1\left(-\frac{1}{t-1}\right)\{1-\cos(2\pi t)\}dt\end{aligned}$$

이고

$$g(1)-g(0) = \int_0^1 \ln(t+2)\{1-\cos(2\pi t)\}dt$$

이므로 $n=0$일 때

$\{g(n+1)-g(n)\}-\{g(n)-g(n-1)\}$
$\{g(1)-g(0)\}-\{g(0)-g(-1)\}$

$$= \int_0^1\left\{\ln(t+2)+\frac{1}{t-1}\right\}\{1-\cos(2\pi t)\}dt$$

$h(t) = \ln(t+2)+\dfrac{1}{t-1}$이라 하면

$$\begin{aligned}h'(t) &= \frac{1}{t+2}-\frac{1}{(t-1)^2} \\ &= \frac{t^2-3t-1}{(t+2)(t-1)^2} = \frac{t(t-1)-2t-1}{(t+2)(t-1)^2}\end{aligned}$$

이므로 $0<t<1$일 때 $h'(t)<0$이고,
$h(0) = \ln 2 - 1 < 0$이므로

$0<t<1$일 때 $h(t)<0$이다.

$1-\cos(2\pi t) \geq 0$이고, ㄱ에서 함수
$y = h(t)\{1-\cos(2\pi t)\}$
는 모든 실수 t에서 연속이므로
$0 \leq t \leq 1$에서 $h(t)\{1-\cos(2\pi t)\} \leq 0$이다.

따라서
$\{g(1)-g(0)\}-\{g(0)-g(-1)\}$

$$= \int_0^1 h(t)\{1-\cos(2\pi t)\}dt \leq 0$$

이므로 $2g(0) \geq g(1)+g(-1)$이다. (거짓)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

22. [출제 의도] 삼각함수의 성질을 이용하여 삼각함수의 값을 계산할 수 있는가?

$\sin^2\theta = \dfrac{8}{9}$이므로 $\cos^2\theta = \dfrac{1}{9}$이다.

$$\therefore\ \tan^2\theta = \frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta} = 8$$

23. [출제 의도] 평면 위를 움직이는 점의 위치와 속도의 관계를 이해하고 있는가?

점 P의 시각 t에서의 속도는

$$\left(\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}\right) = \left(\frac{2t}{1+t^2}, a\left(1+\frac{1}{t^2}\right)\right)$$

이므로 점 P의 시각 $t=1$에서의 속도는
$(1, 2a)$이다.

따라서 점 P의 시각 $t=1$에서의 속력은

$$\sqrt{1^2+(2a)^2} = \sqrt{4a^2+1} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$\Rightarrow\ 4a^2+1 = \frac{5}{4},\ \ a^2 = \frac{1}{16}$$

$$\therefore\ \frac{1}{a^2} = 16$$

24. [출제 의도] 이산확률분포를 따르는 확률변수와 표본평균의 성질을 이해하고 있는가?

$$\begin{aligned}P(X=x) &= \frac{k}{{}_{x+1}C_2} \\ &= \frac{2k}{x(x+1)}\ (x=1, 2, 3, 4)\end{aligned}$$

이고 확률질량함수의 성질에 의하여

$$\begin{aligned}&\sum_{x=1}^{4}\frac{2k}{x(x+1)} \\ &= 2k\sum_{x=1}^{4}\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}\right) \\ &= 2k\left(1-\frac{1}{5}\right) = \frac{8}{5}k = 1 \qquad \therefore\ k = \frac{5}{8}\end{aligned}$$

따라서 $P(X=x) = \dfrac{5}{4x(x+1)}\ (x=1, 2, 3, 4)$

이고,

$$\begin{aligned}E(X) &= \sum_{x=1}^{4} x\cdot\frac{5}{4x(x+1)} \\ &= \frac{5}{4}\sum_{x=1}^{4}\frac{1}{x+1} \\ &= \frac{5}{4}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}\right) = \frac{77}{48}\end{aligned}$$

한편 이 모집단에서 임의추출한 크기가 2인 표본의
표본평균을 $\overline{X}$라 하면
$Y = X_1 + X_2 = 2\overline{X}$
이므로 확률변수와 표본평균의 성질에 의하여

$$\begin{aligned}\therefore\ E(24Y+1) &= E(48\overline{X}+1) \\ &= 48E(\overline{X})+1 \\ &= 48E(X)+1 = 77+1 = 78\end{aligned}$$

25. [출제 의도] 로그함수를 포함한 방정식을 해결할 수 있는가?

$$\log_2\frac{g(x)}{f(x)} \geq 0 \ \Leftrightarrow\ \frac{g(x)}{f(x)} \geq 1$$

에서 다음과 같은 경우로 나누어 생각한다.

(1) $f(x) > 0$인 경우
주어진 부등식은 $g(x) \geq f(x) > 0$과 같고,
문제의 그림에서 위 부등식을 만족시키는 x의 값의
범위는 $2 < x \leq 4$ ⋯ ①

(2) $f(x) < 0$인 경우
주어진 부등식은 $g(x) \leq f(x) < 0$과 같고
문제의 그림에서 위 부등식을 만족시키는 x의 값의
범위는 $12 < x \leq 14$ ⋯ ②

①, ②에서 주어진 부등식을 만족시키는 모든 자연수
x의 값의 합은

$$3+4+13+14 = 34$$

26. [출제 의도] 원순열을 이용한 경우의 수를 구할 수 있는가?

(1) $n=12$인 경우
조건 (가)를 만족하는 모든 경우는 1이 적힌
부채꼴의 양 옆에는 홀수를 배열하고, 나머지
부채꼴에 남은 수를 배열하는 경우이므로 그 경우의
수는 ${}_5P_2 \times 9! = 20\times 9!$

조건 (가)를 만족하는 모든 경우에서 조건 (나)를
만족하지 않는 경우는 1이 적힌 부채꼴의 양 옆에
적힌 수의 합이 18 이상인 경우이고,
1이 적힌 부채꼴의 양 옆에 배열한 두 홀수의 합이
18 이상인 경우는 두 수가 각각 $(7, 11)$, $(9, 11)$인
경우뿐이므로 조건 (가)를 만족하고, 조건 (나)를
만족하지 않는 경우의 수는 $2\times 2\times 9! = 4\times 9!$

따라서 $f(12) = 20\times 9! - 4\times 9! = 16\times 9!$

(2) $n=13$인 경우
조건 (가)를 만족하는 모든 경우는 1이 적힌
부채꼴의 양 옆에는 홀수를 배열하고, 나머지
부채꼴에 남은 수를 배열하는 경우이므로 그 경우의
수는 ${}_6P_2 \times 10! = 30\times 10!$

조건 (가)를 만족하는 모든 경우에서 조건 (나)를
만족하지 않는 경우는 1이 적힌 부채꼴의 양 옆에
적힌 수의 합이 20 이상인 경우이고,
1이 적힌 부채꼴의 양 옆에 배열한 두 홀수의 합이
20 이상인 경우는 두 수가 각각 $(7, 13)$, $(9, 11)$,
$(9, 13)$, $(11, 13)$인 경우뿐이므로
조건 (가)를 만족하고, 조건 (나)를 만족하지 않는
경우의 수는 $4\times 2\times 10! = 8\times 10!$

따라서 $f(13) = 30\times 10! - 8\times 10! = 22\times 10!$

(1), (2)에서 $\dfrac{f(13)}{f(12)} = \dfrac{22\times 10!}{16\times 9!} = \dfrac{55}{4}$

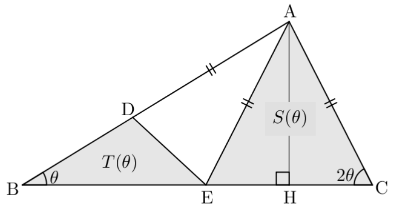
$\therefore\ p+q = 59$

27. [출제 의도] 도형의 성질과 삼각함수의 극한을 활용하여 극한값을 계산할 수 있는가?

삼각형 ABC에서 사인법칙에 의하여

$$\frac{\overline{BC}}{\sin\angle BAC}=\frac{\overline{AC}}{\sin\angle ABC}=\frac{\overline{AB}}{\sin\angle ACB}$$

$\Rightarrow\ \overline{AB}=\dfrac{\sin2\theta}{\sin3\theta}$, $\overline{AC}=\dfrac{\sin\theta}{\sin3\theta}$



점 A에서 선분 BC로 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{CH}=\overline{EH}=\overline{AC}\cos2\theta=\dfrac{\sin\theta\cos2\theta}{\sin3\theta}$

$$\therefore\ S(\theta)=\frac{1}{2}\times\overline{AC}\times\overline{CE}\times\sin2\theta$$
$$=\frac{1}{2}\times\frac{\sin\theta}{\sin3\theta}\times\frac{2\sin\theta\cos2\theta}{\sin3\theta}\times\sin2\theta$$
$$=\frac{\sin^2\theta\sin2\theta\cos2\theta}{\sin^2 3\theta}$$

한편 $\angle AEC=2\theta$이고 $\angle ABE=\theta$이므로

외각의 성질에 의하여 $\angle BAE=\theta$

따라서 $\overline{AE}=\overline{BE}=\dfrac{\sin\theta}{\sin3\theta}$이고,

$\overline{BD}=\overline{AB}-\overline{AD}=\dfrac{\sin2\theta-\sin\theta}{\sin3\theta}$

이므로

$$\therefore\ T(\theta)=\frac{1}{2}\times\overline{BE}\times\overline{BD}\times\sin\theta$$
$$=\frac{1}{2}\times\frac{\sin\theta}{\sin3\theta}\times\frac{\sin2\theta-\sin\theta}{\sin3\theta}\times\sin\theta$$
$$=\frac{\sin^2\theta(\sin2\theta-\sin\theta)}{2\sin^2 3\theta}$$

따라서

$$\frac{T(\theta)}{S(\theta)}=\frac{\dfrac{\sin^2\theta(\sin2\theta-\sin\theta)}{2\sin^2 3\theta}}{\dfrac{\sin^2\theta\sin2\theta\cos2\theta}{\sin^2 3\theta}}=\frac{\sin2\theta-\sin\theta}{2\sin2\theta\cos2\theta}$$

$$\therefore\ \lim_{\theta\to0+}\frac{T(\theta)}{S(\theta)}$$
$$=\lim_{\theta\to0+}\left(\frac{\sin2\theta-\sin\theta}{2\sin2\theta\cos2\theta}\right)$$
$$=\lim_{\theta\to0+}\frac{\dfrac{\sin2\theta}{\sin\theta}-1}{2\times\dfrac{\sin2\theta}{\sin\theta}\times\cos2\theta}=\frac{2-1}{2\times2\times1}=\frac{1}{4}$$

$\therefore\ 100a=25$

28. [출제 의도] 중복조합을 이용하여 문제의 조건을 만족시키는 경우의 수를 구할 수 있는가?

함수 f의 치역을 선택하는 방법의 수는

$\quad {}_4C_3=4\ \cdots$ ①

조건 (나), (다)에서 선택된 함수 f의 치역의 원소 중에서 가장 큰 것은 $f(4)$이고,

$f(1)$, $f(2)$, $f(3)$을 선택하는 모든 방법의 수는

$\quad {}_3H_3={}_5C_3=10$

$f(5)$, $f(6)$, $f(7)$을 선택하는 모든 방법의 수는

$\quad {}_3H_3={}_5C_3=10$

이므로 함수 f의 치역의 원소의 개수가 3 이하가 되도록 함수 f를 결정하는 방법의 수는

$\quad 10\times10=100\ \cdots$ ②

이 중에서

함수 f의 치역의 원소의 개수가 1이 되도록 함수 f를 결정하는 방법의 수는 1 ⋯ ③

함수 f의 치역의 원소의 개수가 2가 되도록 함수 f를 결정하는 방법의 수는

$\quad {}_2C_1\times({}_2H_3\times{}_2H_3-1)=30\ \cdots$ ④

①, ②, ③, ④에서

문제의 조건을 만족시키는 모든 함수 f의 개수는

$\quad 4\times(100-1-30)=276$

29. [출제 의도] 사인법칙과 코사인법칙을 이용하여 문제를 해결할 수 있는가?

$\overline{AB}=a$, $\overline{BC}=b$라 하면 조건 (가)에 의하여

$\dfrac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{BC}\times\sin\angle ABC=\dfrac{1}{3}b^2$

$\Rightarrow\ \dfrac{3}{2}ab\sin\left(\angle ABE-\dfrac{\pi}{2}\right)=b^2$

$\Rightarrow\ \dfrac{3}{2}a(-\cos\angle ABE)=b$

$\Rightarrow\ \dfrac{3\sqrt{5}}{5}a=b\ \cdots$ ①

삼각형 ABC에서 사인법칙에 의하여

$\overline{AC}=2\sqrt{10}\sin\angle ABC=4\sqrt{2}$이고,

코사인법칙과 ①에서

$\overline{AC}^2=\overline{AB}^2+\overline{BC}^2-2\times\overline{AB}\times\overline{BC}\times\cos\angle ABC$

$\Rightarrow\ (4\sqrt{2})^2=a^2+b^2-2ab\times\dfrac{\sqrt{5}}{5}$

$\Rightarrow\ 32=a^2+\left(\dfrac{3\sqrt{5}}{5}a\right)^2-2a\times\dfrac{3\sqrt{5}}{5}a\times\dfrac{\sqrt{5}}{5}$

$\Rightarrow\ a^2+\dfrac{9}{5}a^2-\dfrac{6}{5}a^2=\dfrac{8}{5}a^2=32$

$\therefore\ a=2\sqrt{5}$, $b=6$

사인법칙에 의하여

$\sin\angle ACB=\dfrac{\overline{AB}}{2\sqrt{10}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$\Rightarrow\ \sin\angle ACD=\sin\left(\dfrac{\pi}{2}+\angle ACB\right)=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$,

$\quad\cos\angle ACD=\cos\left(\dfrac{\pi}{2}+\angle ACB\right)=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

따라서 삼각형 ACD에서 코사인법칙에 의하여

$\overline{AD}^2=(4\sqrt{2})^2+6^2-2\times4\sqrt{2}\times6\times\left(-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$

$\quad=32+36+48=116$

$\Rightarrow\ \overline{AD}=2\sqrt{29}$

이고, 삼각형 ACD에서 사인법칙에 의하여

$2R=\dfrac{\overline{AD}}{\sin\angle ACD}=2\sqrt{58}$

$\therefore\ R^2=58$

30. [출제 의도] 역함수의 성질과 역함수의 미분법을 이용하여 역함수의 미분계수를 구할 수 있는가?

모든 실수 x에 대하여 $e^tx^2+a>0$이므로

함수 $f(x)$는 실수 전체에서 미분가능하다.

따라서 함수 $f(x)$가 실수 전체에서 정의된 역함수를 가지려면 모든 실수 x에 대하여

$\quad f'(x)\geq0$ 또는 $f'(x)\leq0$

이어야 한다.

$$f'(x)=\frac{2e^tx}{e^tx^2+a}+\frac{1}{2}$$
$$=\frac{e^tx^2+4e^tx+a}{2(e^tx^2+a)}=\frac{e^t(x+2)^2-4e^t+a}{2(e^tx^2+a)}$$

이고, $e^t(x+2)^2\geq0$이므로 함수 $f(x)$가 실수 전체에서 정의된 역함수를 가지려면

$f'(x)\geq0\ \Leftrightarrow\ -4e^t+a\geq0$

$\quad\Leftrightarrow\ a\geq4e^t$

이어야 한다. ⋯ ①

즉, 함수 $f(x)$와 $g(x)$는 실수 전체에서 증가하고, 모든 실수 x에 대하여

$\quad\dfrac{1}{2}g(f(2x))=\dfrac{1}{2}\times2x=x$

$\quad f\left(2\times\dfrac{1}{2}g(x)\right)=f(g(x))=x$

이므로 두 함수 $f(2x)$와 $\dfrac{1}{2}g(x)$ 또한 서로 역함수 관계에 있다.

이때 $f(2x)$와 $\dfrac{1}{2}g(x)$ 또한 실수 전체에서 증가하므로

$\quad f(2x)=\dfrac{1}{2}g(x)\ \Leftrightarrow\ f(2x)=\dfrac{1}{2}g(x)=x$

이다.

따라서 $f(2\alpha)=\alpha$, $g(\alpha)=2\alpha$이다. ⋯ ②

$f(2\alpha)=\ln\{e^t(2\alpha)^2+a\}+\alpha=\alpha$에서

$\ln(4e^t\alpha^2+a)=0\ \Rightarrow\ 4e^t\alpha^2+a=1$

$\quad\Rightarrow\ \alpha^2=\dfrac{1-a}{4e^t}$

$\quad\Rightarrow\ \alpha=\dfrac{1}{2}e^{-\frac{t}{2}}\sqrt{1-a}$

이고, 역함수의 미분법과 ①, ②에 의하여

$$g'(\alpha)=\frac{1}{f'(g(\alpha))}$$
$$=\frac{1}{f'(2\alpha)}$$
$$=\frac{2(4e^t\alpha^2+a)}{4e^t\alpha^2+8e^t\alpha+a}$$
$$=\frac{1}{f'(2\alpha)}=\frac{2(4e^t\alpha^2+a)}{4e^t\alpha^2+8e^t\alpha+a}$$
$$=\frac{2}{1-a+8e^t\times\frac{1}{2}e^{-\frac{t}{2}}\sqrt{1-a}+a}$$
$$=\frac{2}{4\sqrt{e^t(1-a)}+1}$$
$$\geq\frac{2}{4\sqrt{e^t(1-4e^t)}+1}$$

$$\therefore\ h(t)=\frac{2}{4\sqrt{e^t(1-4e^t)}+1}$$

$$\therefore\ \int_{-\ln10}^{-\ln5}\left(\frac{1}{h(t)}-\frac{1}{2}\right)^2dt$$
$$=\int_{-\ln10}^{-\ln5}4e^t(1-4e^t)dt$$
$$=\left[-\frac{1}{2}(1-4e^t)^2\right]_{-\ln10}^{-\ln5}$$
$$=-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{25}-\frac{9}{25}\right)=\frac{4}{25}$$

$\therefore\ p+q=29$

2021학년도 대학수학능력시험 대비 녹색지대 모의고사 4회 해설지

수학 영역(나 형)

정 답

1	③	2	①	3	②	4	②	5	⑤
6	④	7	②	8	⑤	9	①	10	③
11	①	12	③	13	④	14	⑤	15	②
16	①	17	④	18	⑤	19	⑤	20	③
21	④	22	54	23	32	24	53	25	12
26	71	27	20	28	101	29	69	30	51

해 설

1. [출제 의도] 지수법칙을 이용하여 식의 값을 계산할 수 있는가?

$2^{-\frac{1}{3}} \times \sqrt[3]{16} = 2^{-\frac{1}{3}} \times 2^{\frac{4}{3}} = 2^{-\frac{1}{3}+\frac{4}{3}} = 2$

2. [출제 의도] 부정형인 함수의 극한을 계산할 수 있는가?

$$\lim_{x\to1}\frac{\sqrt{x}-1}{x^2+x-2} = \lim_{x\to1}\frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}{(x-1)(x+2)(\sqrt{x}+1)}$$
$$= \lim_{x\to1}\frac{1}{(x+2)(\sqrt{x}+1)} = \frac{1}{6}$$

3. [출제 의도] 합의 기호 $\sum$의 성질을 이해하고, 수열의 합을 구할 수 있는가?

$$\sum_{n=1}^{10}\left(a_n - \frac{1}{5}\right) = \sum_{n=1}^{10}a_n - \sum_{n=1}^{10}\frac{1}{5}$$
$$= \sum_{n=1}^{10}a_n - 2 = 2$$

이므로 $\sum_{n=1}^{10}a_n = 4$이다.

$\therefore \sum_{n=1}^{10}(2a_n - 1) = 2\sum_{n=1}^{10}a_n - 10 = -2$

4. [출제 의도] 로그의 정의를 이해하고 있는가?

로그가 정의될 조건에서

$x-1>0$, $x-1 \neq 1$ … ①이고

$-x^2+6x-5>0$

$x^2-6x+5<0$, $(x-1)(x-5)<0$,

$1<x<5$ … ②

①, ②에서 주어진 로그가 정의되기 위해서는 $1<x<5$이고 $x \neq 2$이어야 한다.

따라서 문제의 조건을 만족시키는 모든 정수 x의 값의 합은 $3+4=7$

5. [출제 의도] 독립인 사건의 성질을 이용하여 확률을 계산할 수 있는가?

두 사건 A, B가 독립이므로 확률의 덧셈정리에 의하여

$$\mathrm{P}(A\cup B) = \mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)$$
$$= \mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B) = \frac{1}{2} \cdots ①$$

$$\mathrm{P}(A\cup B^C) = \mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B^C)-\mathrm{P}(A\cap B^C)$$
$$= \mathrm{P}(A)+\{1-\mathrm{P}(B)\}-\mathrm{P}(A)\{1-\mathrm{P}(B)\}$$
$$= 1-\mathrm{P}(B)+\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B) = \frac{2}{3} \cdots ②$$

①, ②를 변변 더하면

$1+\mathrm{P}(A) = \frac{7}{6}$, $\mathrm{P}(A) = \frac{1}{6}$

이를 ②에 대입하여 풀면

$1-\mathrm{P}(B)+\frac{1}{6}\mathrm{P}(B) = \frac{2}{3}$, $\mathrm{P}(B) = \frac{2}{5}$

$\therefore \mathrm{P}(A\cap B) = \mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B) = \frac{1}{6}\cdot\frac{2}{5} = \frac{1}{15}$

6. [출제 의도] 함수의 그래프를 이용하여 함수의 극한값을 구할 수 있는가?

주어진 그래프로부터 $\lim_{x\to1-}f(x)=3$

$\therefore f(a)+\lim_{x\to a-}f(x)$

$= f(3)+\lim_{x\to3-}f(x) = 4+2 = 6$

7. [출제 의도] 등비수열의 성질을 이용하여 등비수열의 일반항을 구할 수 있는가?

$a_2a_4+a_3a_5 = (a_3)^2+a_3a_5 = a_3(a_3+a_5)$

에서 수열 $\{a_n\}$의 공비를 r이라 하면

$\frac{a_3(a_3+a_5)}{a_1+a_3} = a_3\cdot r^2 = a_5 = 4$

$a_5=4$이므로

$a_3(a_3+4)=12$

$\Rightarrow (a_3)^2+4a_3-12=0$, $(a_3+6)(a_3-2)=0$

$a_5>0$이므로 $a_3>0$이어야 한다.

$\therefore a_3 = 2$

$\Rightarrow r^2 = \frac{a_5}{a_3} = 2$

$\therefore a_7 = a_5\cdot r^2 = 8$

8. [출제 의도] 이산확률변수의 성질을 이해하고, 평균과 분산을 구할 수 있는가?

이산확률변수의 성질에 의하여

$\frac{1}{3}+a+b+\frac{1}{6}=1 \Rightarrow a+b=\frac{1}{2}$ … ①

$\mathrm{E}(X) = \frac{1}{3}+2a+3b+\frac{2}{3} = \frac{7}{3}$

에서 $2a+3b=\frac{4}{3}$ … ②

①, ②를 연립하여 풀면 $a=\frac{1}{6}$, $b=\frac{1}{3}$

따라서

$$\mathrm{E}(X^2) = 1^2\times\frac{1}{3}+2^2\times\frac{1}{6}+3^2\times\frac{1}{3}+4^2\times\frac{1}{6}$$
$$= \frac{1}{3}+\frac{2}{3}+3+\frac{8}{3} = \frac{20}{3}$$

이므로

$\mathrm{V}(X) = \mathrm{E}(X^2)-\{\mathrm{E}(X)\}^2 = \frac{20}{3}-\frac{49}{9} = \frac{11}{9}$

$\therefore \mathrm{V}(3X+1) = 9\mathrm{V}(X) = 11$

9. [출제 의도] 삼각함수의 성질을 이용하여 삼각함수의 값을 계산할 수 있는가?

$$\tan\theta+\frac{1}{\tan\theta} = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}+\frac{\cos\theta}{\sin\theta}$$
$$= \frac{\sin^2\theta+\cos^2\theta}{\sin\theta\cos\theta}$$
$$= \frac{1}{\sin\theta\cos\theta} = 4$$

이므로 $\sin\theta\cos\theta = \frac{1}{4}$

한편 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$a = \sin\theta+\cos\theta$, $b = \sin\theta\cos\theta = \frac{1}{4}$

$$\therefore a^2+b^2 = (\sin\theta+\cos\theta)^2+\left(\frac{1}{4}\right)^2$$
$$= \sin^2\theta+\cos^2\theta+2\sin\theta\cos\theta+\frac{1}{16}$$
$$= 1+\frac{1}{2}+\frac{1}{16} = \frac{25}{16}$$

10. [출제 의도] 정적분의 값을 계산할 수 있는가?

$$\int_{-1}^{1}f(x)dx = \int_{-1}^{1}(ax+b)dx$$
$$= 2b = 2 \Rightarrow b=1$$

$$\int_{-1}^{1}(x-1)f(x)dx = \int_{-1}^{1}xf(x)dx-\int_{-1}^{1}f(x)dx$$
$$= \int_{-1}^{1}(ax^2+bx)dx-2$$
$$= \left[\frac{1}{3}ax^3\right]_{-1}^{1}-2 = \frac{2}{3}a-2 = 2$$
$$\Rightarrow a=6$$

$\therefore f(2) = 2a+b = 12+1 = 13$

11. [출제 의도] 같은 것이 있는 순열의 수를 활용하여 경우의 수를 구할 수 있는가?

문자 a가 적힌 카드끼리 서로 이웃하지 않게 카드를 나열하는 방법의 수는 카드를 나열하는 모든 방법의 수에서 a가 적힌 카드끼리 이웃하는 경우의 수를 제외하면 되므로

$\frac{7!}{2!\,2!}-\frac{6!}{2!} = 1260-360 = 900$

한편, 숫자가 적힌 카드가 작은 수부터 크기순으로 왼쪽부터 오른쪽으로 나열해야 하므로 숫자 1, 2, 3이 적힌 카드를 서로 같은 것으로 봐야 한다.

따라서 구하는 경우의 수는

$900\times\frac{1}{3!} = 150$

12. [출제 의도] 사인법칙과 코사인법칙을 이용하여 문제를 해결할 수 있는가?

$\sin(A+B) = \sin(\pi-C) = \sin C = \frac{3}{5}$

$\cos(B+C) = \cos(\pi-A) = -\cos A = \frac{3}{5}$

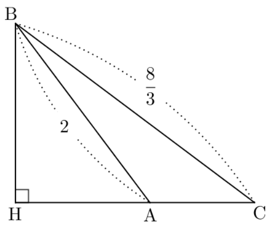
이므로 $\cos A = -\frac{3}{5}$이고

$\sin A = \sqrt{1-\cos^2A} = \frac{4}{5}$이다.

$\overline{\mathrm{AB}}=2$이므로 사인법칙에 의하여

$\frac{\overline{\mathrm{AB}}}{\sin C} = \frac{\overline{\mathrm{BC}}}{\sin A} \Rightarrow \overline{\mathrm{BC}} = \frac{4}{3}\times2 = \frac{8}{3}$

$A>90^\circ$이므로 점 B를 직선 AC에 내린 수선의 발을 H라 하면 삼각형 ABC는 다음과 같다.



$\overline{\mathrm{AH}}=\overline{\mathrm{AB}}\cos(\pi-A)=2\times\frac{3}{5}=\frac{6}{5}$

$\overline{\mathrm{CH}}=\overline{\mathrm{BC}}\cos C=\frac{8}{3}\times\frac{4}{5}=\frac{32}{15}$

$\therefore\ \overline{\mathrm{AC}}=\overline{\mathrm{CH}}-\overline{\mathrm{AH}}=\frac{32}{15}-\frac{6}{5}=\frac{14}{15}$

따라서 삼각형 ABC의 넓이는

$\frac{1}{2}\times\overline{\mathrm{AB}}\times\overline{\mathrm{AC}}\times\sin A$

$=\frac{1}{2}\times 2\times\frac{14}{15}\times\frac{4}{5}=\frac{56}{75}$

13. [출제 의도] 도함수를 활용하여 함수의 극대와 극소를 판정할 수 있는가?

$f'(x)=6x^2-6(k+1)x+6k$
$\quad=6(x-1)(x-k)$
에서 함수 $f(x)$는 $x=1$, $x=k$에서 극값을 갖는다.

(1) $k>1$인 경우
함수 $f(x)$는 $x=1$에서 극댓값을 갖는다.
문제의 조건에서 $2k+1=1$이므로 $k=0$이다.
이는 가정과 모순이다.

(2) $k<1$인 경우
함수 $f(x)$는 $x=k$에서 극댓값을 갖는다.
문제의 조건에서 $2k+1=k$이므로 $k=-1$이다.

(1), (2)에서 $k=-1$이므로
$$f(x)=2x^3-6x+1$$
이고, 함수 $f(x)$의 극솟값은 $f(1)=-3$이다.

14. [출제 의도] 등차수열의 성질을 이해하고, 그 합을 구할 수 있는가?

수열 $\{a_n\}$의 공차를 d라 하면

$\sum_{k=1}^{11}(-1)^k a_k$
$=(a_2-a_1)+(a_4-a_3)+\cdots+(a_{10}-a_9)-a_{11}$
$=-a_{11}+5d=-a_6$
이므로 문제의 조건에서 $a_4+a_6=0$
등차중항의 성질에서 $a_5=0$

한편

$\sum_{k=1}^{12}a_k=\frac{12\times(a_1+a_{12})}{2}=6(a_5+a_8)$
이고, $a_5=0$이므로 문제의 조건에서
$6a_8=a_8+5\ \Rightarrow\ a_8=1$, $3d=1$
$\therefore\ a_{20}=a_5+15d=5$

15. [출제 의도] 원순열을 이용한 경우의 수와 확률을 구할 수 있는가?

1부터 10까지의 자연수를 각 부채꼴에 하나씩 적는 모든 방법의 수는 $(10-1)!=9!$ ⋯ ①

1이 적힌 부채꼴과 짝수가 적힌 부채꼴이 서로 이웃하지 않게 배열하는 모든 방법의 수는
$${}_4\mathrm{P}_2\times 7!=12\times 7!\ \cdots\ ②$$

1이 적힌 부채꼴과 짝수가 적힌 부채꼴이 서로 이웃하지 않으면서 1이 적힌 부채꼴과 이웃하는 부채꼴에 적힌 수의 합이 15 이상인 경우는 1이 적힌 부채꼴의 양 옆의 부채꼴에 적힌 숫자가 각각 7, 9인 경우뿐이므로 그 경우의 수는
$$2\times 7!\ \cdots\ ③$$

①, ②, ③에서 문제의 조건을 만족시킬 확률은
$$\frac{12\times 7!-2\times 7!}{9!}=\frac{10\times 7!}{9!}=\frac{5}{36}$$

16. [출제 의도] 지수함수의 최대, 최소를 구할 수 있는가?

$f(1)=f(2)$
$\Rightarrow\ 4-2^{a+1}+b=16-2^{a+2}+b$
$\Rightarrow\ 2^{a+2}-2^{a+1}=12$, $2^{a+1}=12$
$\therefore\ 2^a=6$

$f(x)=2^{2x}-6\times 2^x+b$
$\quad=(2^x-3)^2+b-9$
이므로 함수 $f(x)$는 $2^x=3$일 때 최솟값 $b-9$를 갖는다.
따라서 $b-9=4$, $b=13$

$\therefore\ f(x)=(2^x-3)^2+4$

따라서 함수 $f(x)$의 최댓값은 $f(3)=29$이다.

17. [출제 의도] 도함수와 함수의 극한의 성질을 이용하여 함수의 식을 구할 수 있는가?

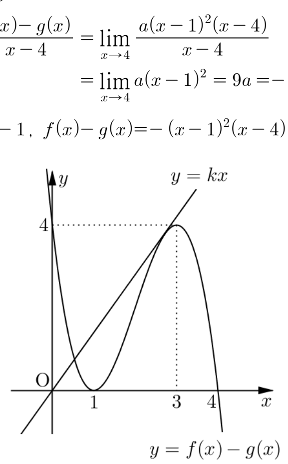
문제의 조건에서 $f(1)=g(1)$, $f'(1)=g'(1)$
이므로 다항식 $f(x)-g(x)$는 $(x-1)^2$을 인수로 갖는다.

또한 주어진 극한으로부터 $f(4)-g(4)=0$
이므로 다항식 $f(x)-g(x)$는 $x-4$를 인수로 갖는다.

$f(x)-g(x)=a(x-1)^2(x-4)$라 하면

$\lim_{x\to 4}\frac{f(x)-g(x)}{x-4}=\lim_{x\to 4}\frac{a(x-1)^2(x-4)}{x-4}$
$\quad=\lim_{x\to 4}a(x-1)^2=9a=-9$

$\therefore\ a=-1$, $f(x)-g(x)=-(x-1)^2(x-4)$



위 그림과 같이 방정식 $f(x)-g(x)=kx$가 서로 다른 두 실근을 가지려면 직선 $y=kx$가 곡선 $y=f(x)-g(x)$의 접선이어야 한다.

직선 $y=kx$와 곡선 $y=f(x)-g(x)$가 접하는 점의 좌표를 $(t,\ f(t)-g(t))=(t,\ -(t-1)^2(t-4))$라 하면

$f'(x)-g'(x)=-2(x-1)(x-4)-(x-1)^2$
$\quad=(x-1)(-2x+8-x+1)$
$\quad=-3(x-1)(x-3)$
에서

$\frac{-(t-1)^2(t-4)}{t-0}=-3(t-1)(t-3)$

(1) $t=1$인 경우 $f'(1)-g'(1)=0$이므로 $k=0$이다.

(2) $t\neq 1$인 경우 주어진 방정식은
$\frac{(t-1)(t-4)}{t}=3(t-3)$
$\Rightarrow\ t^2-5t+4=3t^2-9t$
$\Rightarrow\ t^2-2t-2=0$
이다. 위 두 방정식의 두 실근을 α, β라 하면 근과 계수의 관계에 의하여
$\alpha+\beta=2$, $\alpha\beta=-2$
$\Rightarrow\ \alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=8$

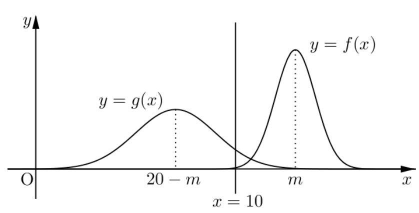
이때 $k=f'(t)=-3t^2+12t-9$
이므로 문제의 조건을 만족시키는 모든 실수 k의 값의 합은

$0+(-3\alpha^2+12\alpha-9)+(-3\beta^2+12\beta-9)$
$=-3(\alpha^2+\beta^2)+12(\alpha+\beta)-18$
$=-24+24-18=-18$

18. [출제 의도] 정규분포의 성질을 이해하고, 이를 이용하여 확률을 계산할 수 있는가?

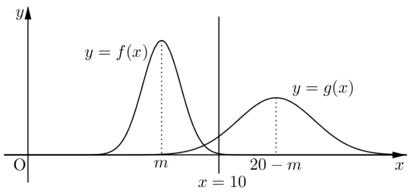
두 확률변수 X, Y의 평균인 m, $20-m$의 평균이 10이므로 다음과 같은 경우로 나누어 생각한다.

(1) $m\geq 10$인 경우
두 확률변수 X, Y의 확률밀도함수를 각각 $f(x)$, $g(x)$라 하면 두 곡선 $y=f(x)$와 $y=g(x)$의 그래프는 다음과 같다.



이 경우
$\mathrm{P}(10\leq X\leq m)=\mathrm{P}(10-m\leq Z\leq 0)$
$\mathrm{P}(20-m\leq Y\leq 10)=\mathrm{P}\left(0\leq Z\leq\frac{m-10}{2}\right)$
이므로
$\mathrm{P}(10\leq X\leq m)\geq\mathrm{P}(20-m\leq Y\leq 10)$
이다. 따라서
$\mathrm{P}(X\leq 10)=\frac{1}{2}-\mathrm{P}(10\leq X\leq m)$
$\mathrm{P}(Y\geq 10)=\frac{1}{2}-\mathrm{P}(20-m\leq Y\leq 10)$
에서
$\mathrm{P}(X\leq 10)\leq\mathrm{P}(Y\geq 10)$
이다. 이는 문제의 조건을 만족시키지 않는다.

(2) $m<10$인 경우
두 곡선 $y=f(x)$와 $y=g(x)$의 그래프는 다음과 같다.



k의 값이 증가할 때,
$\mathrm{P}(X \le k)$의 값은 증가하고 $\mathrm{P}(Y \ge k)$의 값은 감소하므로 문제의 조건에서 $k=9$일 때 $\mathrm{P}(X \le k) = \mathrm{P}(Y \ge k)$이어야 한다.

$\mathrm{P}(X \le 9) = \mathrm{P}(Z \le 9-m)$

$\mathrm{P}(Y \ge 9) = \mathrm{P}\left(Z \ge \dfrac{m-11}{2}\right)$

즉, $\mathrm{P}(Z \le 9-m) = \mathrm{P}\left(Z \ge \dfrac{m-11}{2}\right)$

이므로 표준정규분포의 성질에서

$9 - m + \dfrac{m-11}{2} = 0 \Rightarrow m = 7$

$\therefore\ \mathrm{P}(X \ge 8) + \mathrm{P}(Y \le 14)$

$= \mathrm{P}(Z \ge 1) + \mathrm{P}\left(Z \le \dfrac{1}{2}\right)$

$= (0.5 - 0.3413) + (0.5 + 0.1915) = 0.8502$

19. [출제 의도] 조건부확률과 독립시행의 정의를 이용한 문제 해결 과정을 이해할 수 있는가?

(가): $X=3$인 경우는 주사위를 던져서 처음 두 번에는 3의 배수인 눈과 3의 배수가 아닌 눈이 각각 한 번씩 나오고, 세 번째에는 3의 배수의 눈이 나와야 한다. (총 2가지 경우)
또한, 네 번째와 다섯 번째에는 3의 배수가 아닌 눈이 나오고, 여섯 번째에는 3의 배수인 눈이 나와야 한다. (총 1가지 경우)

$\therefore\ \mathrm{P}(X=3) = 2 \times \left(\dfrac{1}{3}\right)^3 \left(\dfrac{2}{3}\right)^3 \Rightarrow p = 2$

(나): $X=4$인 경우는 주사위를 던져서 처음 세 번에는 3의 배수인 눈이 한 번, 3의 배수가 아닌 눈이 두 번 나오고 네 번째에는 3의 배수인 눈이 나와야 한다. (총 3가지 경우)
또한, 다섯 번째와 여섯 번째에는 모두 3의 배수가 아닌 눈이 나와야 한다. (총 1가지 경우)

$\therefore\ \mathrm{P}(X=4) = 3 \times \left(\dfrac{1}{3}\right)^2 \left(\dfrac{2}{3}\right)^4 \Rightarrow q = 3$

(다): (1), (2), (3)에서 구하는 확률은

$$\frac{3 \times \left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{2}{3}\right)^4}{\left(\frac{1}{3}\right)^3\left(\frac{2}{3}\right)^2 + 2\times\left(\frac{1}{3}\right)^3\left(\frac{2}{3}\right)^3 + 3\times\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{2}{3}\right)^4}$$

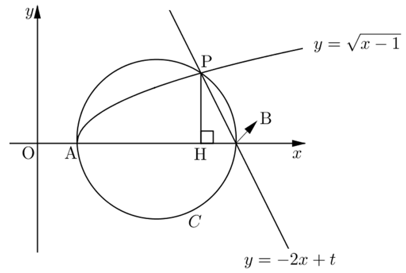
$= \dfrac{48}{12+16+48} = \dfrac{12}{19} \Rightarrow r = \dfrac{12}{19}$

$\therefore\ p \times q \times r = 2 \times 3 \times \dfrac{12}{19} = \dfrac{72}{19}$

20. [출제 의도] 삼각함수를 활용하여 함수의 극한값을 계산할 수 있는가?

점 P의 좌표를 $(u,\ \sqrt{u-1})$라 하고, 점 P에서 x축에 내린 수선의 발을 H라 하면
$\tan\angle\mathrm{PBH} = 2$이고 $\angle\mathrm{PBH}$는 예각이므로

$\sin\angle\mathrm{PBH} = \dfrac{2}{\sqrt{5}},\ \cos\angle\mathrm{PBH} = \dfrac{1}{\sqrt{5}}$



$\overline{\mathrm{AP}} = \sqrt{(u-1)^2 + u - 1} = \sqrt{u(u-1)}$이고,
원 C의 반지름을 R이라 하면 사인법칙에 의하여

$2R = \dfrac{\overline{\mathrm{AP}}}{\sin\angle\mathrm{PBH}} \Rightarrow R = \dfrac{\sqrt{5u(u-1)}}{4}$

따라서 원 C의 넓이는

$\pi R^2 = \dfrac{5u(u-1)}{16}\pi$ ⋯ ①

한편 $\overline{\mathrm{PH}} = \sqrt{u-1}$이므로

$\overline{\mathrm{BP}} = \dfrac{\sqrt{5}}{2}\overline{\mathrm{PH}} = \dfrac{\sqrt{5(u-1)}}{2}$ ⋯ ②

또한 직선 BP의 기울기가 -2이므로

$\dfrac{\sqrt{u-1}}{u - \frac{t}{2}} = -2 \Rightarrow 2u + \sqrt{u-1} = t$

$\Rightarrow 2(u-1) + \sqrt{u-1} = t-2$

$\Rightarrow \sqrt{u-1}\left(2\sqrt{u-1}+1\right) = t-2$

따라서 $2\sqrt{t-1} + 1 > 0$이므로
$t \to 2+$ 일 때 $u \to 1+$ ⋯ ③

①, ②, ③에 의하여

$\displaystyle\lim_{t\to 2+}\frac{f(t)g(t)}{(t-2)^3}$

$= \displaystyle\lim_{u\to 1+}\frac{\frac{5u(u-1)}{16}\pi \times \frac{\sqrt{5(u-1)}}{2}}{\left\{\sqrt{u-1}\left(2\sqrt{u-1}+1\right)\right\}^3}$

$= \displaystyle\lim_{u\to 1+}\frac{\left(\sqrt{u-1}\right)^3 \times \frac{5u}{16}\pi \times \frac{\sqrt{5}}{2}}{\left(\sqrt{u-1}\right)^3\left(2\sqrt{u-1}+1\right)^3}$

$= \dfrac{5\pi}{16} \times \dfrac{\sqrt{5}}{2} = \dfrac{5\sqrt{5}}{32}\pi$

21. [출제 의도] 귀납적으로 정의된 수열의 항을 계산하고, 그 합을 구할 수 있는가?

주어진 방정식으로부터 모든 자연수 n에 대하여
$a_{n+1} = n$ 또는 $a_{n+1} = a_n - 1$
이고 $a_{10} = 5$이므로 $a_9 = 6$, $a_8 = 7$ ⋯ ①

한편, $\displaystyle\sum_{k=1}^{7} a_k$의 값이 최대가 되는 경우는
6 이하의 모든 자연수 n에 대하여 $a_{n+1} = n$인 경우이고,
$\displaystyle\sum_{k=1}^{7} a_k$의 값이 최소가 되는 경우는
6 이하의 모든 자연수 n에 대하여 $a_{n+1} = a_n - 1$인 경우이다.

따라서 $a_1 = 1$이므로 $\displaystyle\sum_{k=1}^{7} a_k$의 값의 최댓값과 최솟값은 각각
$1 + (1+2+3+4+5+6) = 22$,
$1 + (0-1-2-3-4-5) = -14$ ⋯ ②
이다. 같은 방법으로
$\displaystyle\sum_{k=11}^{15} a_k$의 값이 최대가 되는 경우는
10 이상의 모든 자연수 n에 대하여 $a_{n+1} = n$인 경우이고,
$\displaystyle\sum_{k=11}^{15} a_k$의 값이 최소가 되는 경우는
10 이상의 모든 자연수 n에 대하여
$a_{n+1} = a_n - 1$인 경우이다.

따라서 $a_{10} = 5$이므로 $\displaystyle\sum_{k=11}^{15} a_k$의 값의 최댓값과 최솟값은 각각
$10 + 11 + 12 + 13 + 14 = 60$
$4 + 3 + 2 + 1 + 0 = 10$ ⋯ ③

①, ②, ③에서
$M = 22 + (7+6+5) + 60 = 100$
$m = -14 + (7+6+5) + 10 = 14$
$\therefore\ M + m = 100 + 14 = 114$

22. [출제 의도] 이항정리를 이용하여 다항식의 전개식의 계수를 구할 수 있는가?

이항정리에서 $(3x-1)^4$에서 x^2의 계수는

$${}_4\mathrm{C}_2 \times 3^2 \times (-1)^2 = 54$$

23. [출제 의도] 로그의 정의를 이용하여 식을 계산할 수 있는가?

$2^a = 4\sqrt{6} \Rightarrow 4^a = \left(4\sqrt{6}\right)^2 = 96$

$a - b = \log_4 3$에서 $4^{a-b} = 3$, $\dfrac{4^a}{4^b} = 3$

$\therefore\ 4^b = \dfrac{4^a}{3} = \dfrac{96}{3} = 32$

24. [출제 의도] 모평균의 신뢰구간을 구할 수 있는가?

승객 n명을 임의추출하여 버스를 기다리는 시간을 조사한 표본평균을 $\overline{x}$라 하면 모평균 m에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간은

$\overline{x} - 1.96 \times \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} \le m \le \overline{x} + 1.96 \times \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$

이므로

$2 \times 1.96 \times \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} = 11.12 - 8.88 = 2.24$

$\Rightarrow \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} = \dfrac{2.24}{3.92} = \dfrac{4}{7}$ ⋯ ①

문제의 조건에서 $\dfrac{n}{\sigma} = 12.25 = \dfrac{49}{4}$ ⋯ ②

①, ②에서 $n = 49$, $\sigma = 4$ $\quad\therefore\ n + \sigma = 53$

25. [출제 의도] 직선 위를 운동하는 점의 위치, 속도, 가속도의 관계를 이해하고 있는가?

점 P의 시각 t에서의 가속도를 $a(t)$라 하면
$a(t) = v'(t) = 3t^2 - 12t + 10$
$\quad\quad = 3(t-2)^2 - 2$
에서 점 P의 가속도는 $t=2$일 때 최소이다.

점 P의 시각 $t=0$에서의 위치는 0이므로
점 P의 시각 $t=2$에서의 위치는

$\displaystyle\int_0^2 v(t)\,dt = \int_0^2 \left(t^3 - 6t^2 + 10t + 2\right)dt$

$= \left[\dfrac{1}{4}t^4 - 2t^3 + 5t^2 + 2t\right]_0^2$

$= 4 - 16 + 20 + 4 = 12$

26. [출제 의도] 두 함수의 그래프로 둘러싸인 부분의 넓이를 구할 수 있는가?

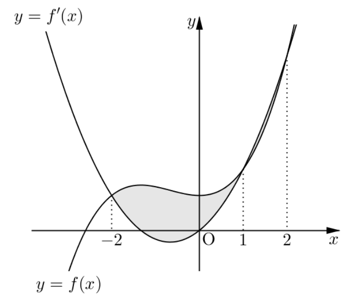
$f'(x)=3x^2+4x$에서

$f(x)=f'(x) \Leftrightarrow x^3+2x^2+4=3x^2+4x$

$\Leftrightarrow x^3-x^2-4x+4=0$

$\Leftrightarrow (x+2)(x-2)(x-1)=0$

따라서 두 곡선 $y=f(x)$와 $y=f'(x)$가 만나는 점의 x좌표는 $-2,\ 1,\ 2$이다.



따라서 위 그림으로부터 두 곡선 $y=f(x)$와 $y=f'(x)$로 둘러싸인 부분의 넓이는

$$\begin{aligned} S &= \int_{-2}^{2}|f(x)-f'(x)|dx \\ &= \int_{-2}^{1}\{f(x)-f'(x)\}dx+\int_{1}^{2}\{f'(x)-f(x)\}dx \\ &= \int_{-2}^{1}(x^3-x^2-4x+4)dx \\ &\qquad +\int_{1}^{2}(-x^3+x^2+4x-4)dx \\ &= \left[\frac{1}{4}x^4-\frac{1}{3}x^3-2x^2+4x\right]_{-2}^{1} \\ &\qquad +\left[-\frac{1}{4}x^4+\frac{1}{3}x^3+2x^2-4x\right]_{1}^{2} \\ &= \frac{45}{4}+\frac{7}{12}=\frac{71}{6} \end{aligned}$$

$\therefore\ 6S=71$

27. [출제 의도] 조건부확률의 정의를 이해하고 있는가?

$a+b+c\le 4$인 경우는 뽑은 공에 적힌 세 수가 각각 1, 1, 1이거나 1, 1, 2인 경우뿐이다.

따라서 $a+b+c>4$일 확률은

$$1-\frac{{}_3C_3}{{}_6C_3}-\frac{{}_3C_2\times{}_2C_1}{{}_6C_3}=\frac{13}{20}\ \cdots\ ①$$

이때 $a+b+c>4$이면서 세 수 $a,\ b,\ c$ 중 적어도 두 수가 같은 경우는 뽑은 세 수가 1, 1, 1이거나 1, 1, 2이거나 1, 2, 3이 아닌 경우이다.

따라서 $a+b+c>4$이고 $a,\ b,\ c$ 중 적어도 두 수가 같을 확률은

$$1-\frac{{}_3C_3+{}_3C_2\times{}_2C_1+{}_3C_1\times{}_2C_1\times{}_1C_1}{{}_6C_3}=\frac{7}{20}\ \cdots\ ②$$

①, ②에서 구하는 확률은

$$\frac{\frac{7}{20}}{\frac{13}{20}}=\frac{7}{13}\qquad \therefore\ p+q=20$$

28. [출제 의도] 여러 가지 수열의 합을 구할 수 있는가?

이차방정식 $x^2-4nx+n(4n^2-1)a_n=0$이 중근 $x=b_n$을 가지므로

$x^2-4nx+n(4n^2-1)a_n=(x-b_n)^2$

$\Rightarrow\ x^2-4nx+n(4n^2-1)a_n=x^2-2b_nx+(b_n)^2$

위 등식은 항등식이므로

$-4n=-2b_n\ \Rightarrow\ b_n=2n$

$n(4n^2-1)a_n=(b_n)^2=4n^2\ \Rightarrow\ a_n=\dfrac{4n}{4n^2-1}$

$$\begin{aligned} \therefore\ \sum_{n=1}^{25}\frac{a_n}{b_n} &= \sum_{n=1}^{25}\frac{2}{4n^2-1} \\ &= \sum_{n=1}^{25}\frac{2}{(2n+1)(2n-1)} \\ &= \sum_{n=1}^{25}\left(\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n+1}\right) \\ &= \left(1-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{49}-\frac{1}{51}\right) \\ &= 1-\frac{1}{51}=\frac{50}{51} \end{aligned}$$

$\therefore\ p+q=101$

29. [출제 의도] 중복조합을 이용하여 문제의 조건을 만족시키는 경우의 수를 구할 수 있는가?

조건 (나), (다)에서 선택된 함수 f의 치역의 원소 중에서 가장 큰 것은 $f(4)$이다.

즉, $f(4)=3$이다. 이때

$f(1),\ f(2),\ f(3)$을 선택하는 모든 방법의 수는

$\quad {}_3H_3={}_5C_3=10$

$f(5),\ f(6),\ f(7)$을 선택하는 모든 방법의 수는

$\quad {}_3H_3={}_5C_3=10$

이므로 함수 f의 치역의 원소의 개수가 3 이하가 되도록 함수 f를 결정하는 방법의 수는

$\quad 10\times10=100\ \cdots\ ①$

이 중에서

함수 f의 치역의 원소의 개수가 1이 되도록 함수 f를 결정하는 방법의 수는 $1\ \cdots\ ②$

함수 f의 치역의 원소의 개수가 2가 되도록 함수 f를 결정하는 방법의 수는

$\quad {}_2C_1\times({}_2H_3\times{}_2H_3-1)=30\ \cdots\ ③$

①, ②, ③에서

문제의 조건을 만족시키는 모든 함수 f의 개수는

$\quad 100-1-30=69$

30. [출제 의도] 적분과 미분의 관계를 이용하여 함수의 식을 추론할 수 있는가?

함수 $h(x)$가 $x=0$에서 연속이고 $h(0)=0$이므로

$f(0)=0\ \cdots\ ①$ 이고

$\displaystyle\int_0^2 g(t)dt=0\ \cdots\ ②$ 이다.

또한 $h(0)=0$이므로 함수 $|h(x)|$는 $x=0$에서 극솟값을 가지고, $(\because\ |h(x)|\ge 0)$

함수 $|h(x)|$가 $x=0$에서 미분가능하므로

$h'(0)=0$이어야 한다.

즉, $\displaystyle\lim_{x\to0-}\frac{h(x)}{x}=f'(0)=0\ \cdots\ ③$ 이고

$\displaystyle\lim_{x\to0+}\frac{h(x)}{x}=g(2)-g(0)=0\ \cdots\ ④$ 이다.

$$\left(\because\ \frac{d}{dx}\int_x^{x+2}g(t)dt=g(x+2)-g(x)\right)$$

함수 $|h(x)|$가 $x=-2$에서 미분가능하지 않으므로

$h(-2)=f(-2)=0$이어야 한다. $\cdots$ ⑤

따라서 ①, ③, ⑤에서 $f(x)=x^2(x+2)$이다.

④에서 $g(0)=g(2)=b$라 하면 인수정리에서

$\quad g(x)=x(x-2)(x-a)+b$

로 둘 수 있다. ($a,\ b$는 실수)

②에서

$$\begin{aligned} \int_0^2 g(x)dx &= \int_0^2\{x^3-(a+2)x^2+2ax+b\}dx \\ &= \left[\frac{1}{4}x^4-\frac{1}{3}(a+2)x^3+ax^2+bx\right]_0^2 \\ &= 4-\frac{8}{3}(a+2)+4a+2b \\ &= \frac{4}{3}a+2b-\frac{4}{3}=0 \end{aligned}$$

$\Rightarrow\ b=-\dfrac{2}{3}a+\dfrac{2}{3}$

$$\begin{aligned} \therefore\ g(x) &= x^3-(a+2)x^2+2ax-\frac{2}{3}a+\frac{2}{3} \\ &= x(x-a)(x-2)-\frac{2}{3}(a-1) \end{aligned}$$

$x>0$일 때

$$\begin{aligned} h'(x) &= g(x+2)-g(x) \\ &= x(x+2)(x+2-a)-x(x-a)(x-2) \\ &= x(6x-4a+4) \end{aligned}$$

이고, $\displaystyle\lim_{x\to\infty}h(x)=\infty$이므로

$x>0$일 때 함수 $h(x)$의 함숫값이 0보다 작은 점이 존재하면 사잇값 정리에 의해 함수 $|h(x)|$가 $x>0$에서 미분가능하지 않은 점(즉, $h(x)=0$이고 $h'(x)\ne0$인 점)이 존재한다.

따라서 조건 (나)를 만족하려면

$x>0$일 때 $h(x)\ge0$이어야 한다.

$h'(x)=x(6x-4a+4)$에서

$a>1$이면 함수 $h(x)$가 열린구간 $(0,\ k)$에서 감소하게 되는 양수 k가 존재하고,

$a\le1$이면 함수 $h(x)$는 열린구간 $(0,\ \infty)$에서 증가한다.

따라서 조건 (나)를 만족하려면 $a\le1$이어야 한다.

$$\begin{aligned} \therefore\ f(3)+g(3) &= 45+27-9(a+2)+6a-\frac{2}{3}a+\frac{2}{3} \\ &= 54-\frac{11}{3}a+\frac{2}{3} \\ &\ge 54-\frac{11}{3}+\frac{2}{3}=51 \end{aligned}$$

따라서 $f(3)+g(3)$의 최솟값은 51이다.

〈수능특강/수능완성 연계 문항〉

가09 - 수능특강 〈수학I〉 p.25 유제 3번

가13 - 수능완성 〈수학 가형〉 p.82 30번

가17 - 수능특강 〈미적분〉 p.93 3번

가18/나19 - 수능완성 〈수학 가형〉 p.129 39번

가26/나15 - 수능특강 〈확률과 통계〉 p.14 1번

나09 - 수능특강 〈수학I〉 p.51 6번

나11 - 수능완성 〈수학 나형〉 p.91 9번/12번

나20 - 수능완성 〈수학 나형〉 p.52 20번

나26 - 수능특강 〈수학II〉 p.109 5번