

정답: ①

해설: O~P에서 $AE_p \downarrow = BE_p \uparrow + (A+B+C)E_K \uparrow$

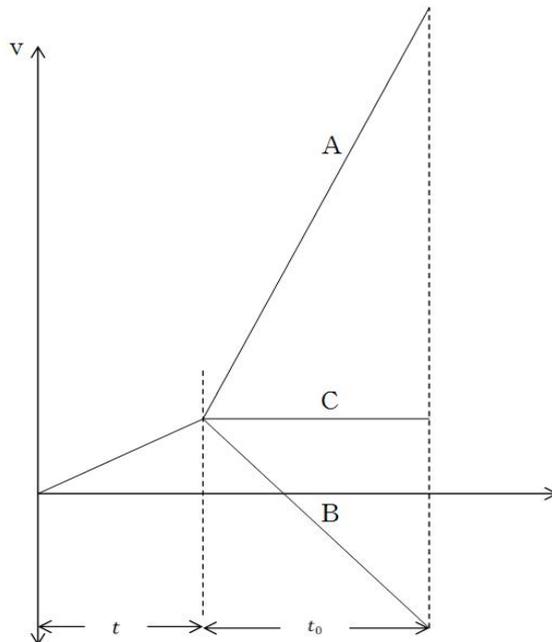
P~Q에서 $BE_p \uparrow = BE_K \downarrow = E$ 라 하자. P~Q에서의 길이가 O~P 길이의 절반이므로 퍼텐셜 에너지 변화량도 절반이다. 따라서 $AE_p \downarrow = BE_p \uparrow + (A+B+C)E_K \uparrow$ 에서는 $BE_p \uparrow = 2E$ 이고, A의 중력 퍼텐셜에너지 감소량은 B의 중력 퍼텐셜에너지 증가량의 3배라고 했고, O~P와 P~Q에서 B의 운동에너지 변화량이 동일하므로

$$AE_p \downarrow = BE_p \uparrow + (A+B+C)E_K \uparrow$$

$$6E \quad 2E \quad E$$

로 표현 할 수 있다. 따라서 $(A+C)E_K = 3E$ 이다.

이제 세 물체의 운동을 살펴보기 위해 시간-속력 그래프를 그려보자.



물체 B가 O~P까지와 P~Q까지 운동할 때, O와 Q에서 속력이 모두 0이고 P에서의 속력을 v 라고 한다면 각 구간에서 평균속력이 $\frac{v}{2}$ 로 같고, 거리의 비가 2:1이므로 걸린 시간의 비

도 2:1이다. 따라서 가속도 비는 1:2라 할 수 있다.

0~P 구간에서의 가속도를 a 라 하면, P~Q 구간에서는 B의 가속도는 $2a$ 이다. 이때, 0~P 구간을 지나가는데 걸린 시간을 t , P에서 다시 0까지 돌아오는데 걸린 시간을 t_0 라 하면,

비례관계에 의해 $t_0 = \frac{1 + \sqrt{3}}{2}t$ 이다.

줄이 끊어진 이후부터 C가 이동한 거리가 A가 이동한 거리의 $2 - \sqrt{3}$ 배라 했으므로 그래프에서 넓이를 구해 비교하면, C가 이동한 거리 = $at \cdot t_0$, A가 이동한 거리 = $at \cdot t_0 + \frac{1}{2}gt_0^2$ (\because 줄 p가 끊어지고 나서는 A는 가속도가 g 인 운동을 함.)이므로

$$at \cdot t_0 + \frac{1}{2}gt_0^2 = \frac{1}{2 - \sqrt{3}}at \cdot t_0 = (2 + \sqrt{3})at \cdot t_0 \text{이므로 } t_0 = \frac{1 + \sqrt{3}}{2}t \text{을 대입하여 정리}$$

한다면, $g = 4a$ 이다.

처음 A, B, C가 운동할 때의 가속도가 a 이므로, $m_A g - m_B \cdot 2a = (m_A + m_B + m_C)a$ 에서 $3m_A - 3m_B = m_C \cdots \textcircled{1}$ 이다.

아까 위에 식에서 $(A + C)E_K = 3E$, $BE_K = E$ 인데, 0~P에서는 세 물체 A, B, C가 함께 이동하므로 $(A + C)E_K : BE_K = m_A + m_C : m_B = 3 : 1$ 이다. 따라서 $3m_B = m_A + m_C \cdots \textcircled{2}$ 이

다. $\textcircled{1}$ 식에 $\textcircled{2}$ 을 대입하여 정리하면 $m_A = m_C$ 이다. 따라서 $\frac{m_A}{m_C} = 1$ 이다.