수열의 극한에서와 같이 함수의 극한에서도 다음의 대소 관계가 성립한다.

> 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$에서 $\lim_{n\to\infty} a_n=\alpha$, $\lim_{n\to\infty} b_n=\beta$일 때
> (i) 모든 자연수 n에 대하여 $a_n \le b_n$이면 $\alpha \le \beta$
> (ii) 수열 $\{c_n\}$에 대하여 $a_n \le c_n \le b_n$이고 $\alpha=\beta$이면 $\lim_{n\to\infty} c_n=\alpha$

함수의 극한과 대소 관계

a에 가까운 모든 x에 대하여

[1] $f(x) \le g(x)$이고 $\lim_{x\to a} f(x)$, $\lim_{x\to a} g(x)$가 존재하면

α(상수) β(상수)

$$\lim_{x\to a} f(x) \le \lim_{x\to a} g(x)$$

[2] $f(x) \le g(x) \le h(x)$이고 $\lim_{x\to a} f(x) = \lim_{x\to a} h(x) = L$이면

$$\lim_{x\to a} g(x) = L$$

한다.

① 참고서에서는 $\lim_{x\to a} f(x) = \alpha$ (α는 상수), $\lim_{x\to a} g(x) = \beta$ (β는 상수) 여야 한다고 나와 있는데 반드시 이런 조건이 있어야만이 「a에 가까운 모든 x에 관해서 $f(x) \le g(x)$ 이고 $\lim_{x\to a} f(x)$, $\lim_{x\to a} g(x)$ 가 존재할 때, $\lim_{x\to a} f(x) \le \lim_{x\to a} g(x)$」가 맞게 되는 건가요?

② $\lim_{x\to a} f(x) = \alpha$, $\lim_{x\to a} g(x) = \beta$ 일 때 $f(x) \le h(x) \le g(x)$ 를 만족하는 함수 $h(x)$는 언제나 α와 β사이에 있다는 말이 맞는 건가요?

또한 어떤 함수의 좌극한과 우극한은 $f(x)$의 값이 일정한 상수 L에 한없이 가까워지면 ~ 하는 말이 들어가던데 그러면 $\lim_{x\to a} f(x) = \infty$ 인 경우 좌·우 극한을 논할 수 없는 건가요?