

고지우의

난문현답

경찰대 1차 시험
'확률과 통계'

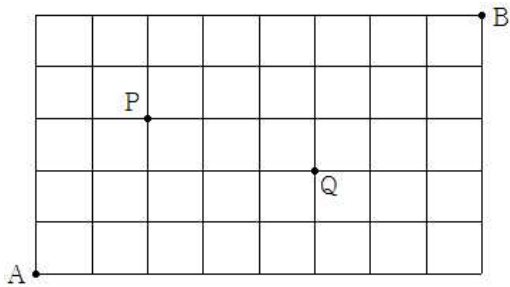


1. 1 부터 1000 까지의 자연수가 하나씩 적힌 카드 1000 장 중에서 한 장을 뽑을 때, 적힌 수가 다음 세 조건을 만족하는 경우의 수는?

- (가) 적힌 수는 홀수이다.
- (나) 각 자리의 수의 합은 3의 배수가 아니다.
- (다) 적힌 수는 5의 배수가 아니다.

- ① 256 ② 266 ③ 276 ④ 286 ⑤ 296

2. 아래 그림은 어느 도시의 도로를 선으로 나타낸 것이다. 교차로 P에서는 좌회전을 할 수 없고, 교차로 Q는 공사 중이어서 지나갈 수 없다고 한다. A를 출발하여 B에 도달하는 최단경로의 개수는?



- ① 818 ② 825 ③ 832 ④ 839 ⑤ 846

3. 서로 다른 6개의 물건을 남김없이 서로 다른 3개의 상자에 임의로 분배할 때, 빈 상자가 없도록 분배할 확률은?

- ① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{19}{27}$ ③ $\frac{20}{27}$ ④ $\frac{7}{9}$ ⑤ $\frac{22}{27}$

4. 다음 조건을 만족시키며 6일 동안 친구 A, B, C를 초대하는 방법의 수를 구하시오.

- (가) 매일 A, B, C 중 1명을 초대한다.
- (나) 어떤 친구도 3번 넘게 초대하지 않는다.

5. 15 이하의 자연수 중에서 서로 다른 4개의 수를 뽑을 때, 어느 두 수도 3 이상 차이가 나도록 뽑는 방법의 수는? [4점]

- ① 108 ② 120 ③ 126
 ④ 132 ⑤ 144

6. 좌석의 수가 50인 어느 식당에서 예약한 사람이 예약을 취소하는 경우가 10명 중 1명꼴이라고 한다. 52명이 예약했을 때, 좌석이 부족하게 될 확률은 $p \times 0.9^{52}$ 이다. p의 값은?

- ① $\frac{61}{9}$ ② 7 ③ $\frac{65}{9}$
 ④ $\frac{67}{9}$ ⑤ $\frac{23}{3}$

7. 두 개의 주사위를 던져 나오는 눈의 수 중 크거나 같은 수를 확률변수 X 라 할 때, $E(6X) = \frac{p}{q}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수)

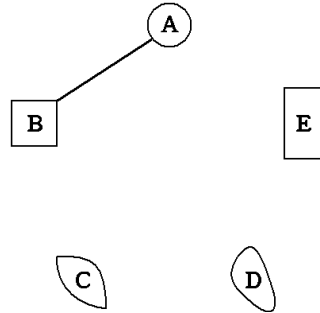
8. 청소년 가장 가정을 돕기 위해 경찰청에서 기획한 수박판매행사에 사용된 수박의 무게는 표준편차 1kg인 정규분포를 따른다고 한다. 이 수박들 중에서 49개의 수박을 임의추출하여 무게를 조사해보니 평균 9kg이었다. 이 행사에 사용된 수박의 무게의 모평균 m (kg)을 신뢰도 95%로 추정할 때의 신뢰구간은 $a \leq m \leq b$ 이다. 이때 $b-a$ 의 값은? (단, $P(|Z| \leq 2) = 0.95$)

- ① $\frac{4}{7}$ ② $\frac{6}{7}$ ③ $\frac{8}{7}$
- ④ $\frac{10}{7}$ ⑤ $\frac{12}{7}$

9. 7개의 문자 a, b, c, d, e, f, g 중에서 중복을 허락하여 3개를 선택하여 문자열을 만들 때, 문자열이 e 를 반드시 포함할 확률은?

- ① $\frac{121}{343}$ ② $\frac{123}{343}$ ③ $\frac{125}{343}$
- ④ $\frac{127}{343}$ ⑤ $\frac{129}{343}$

10. 그림과 같이 5개의 점 A, B, C, D, E가 있다. 이미 A, B가 다리로 연결되어 있을 때, 점과 점을 연결하는 3개의 다리를 더 건설하여 5개의 점을 모두 다리로 연결하는 방법의 수는?



- ① 48 ② 50 ③ 52
- ④ 54 ⑤ 56

11. 일어날 확률이 p ($p \neq 0$)인 사건이 일어날 때 놀람의 정도를 $S(p)$ 라 하면 관계식

$$S(p) = \log_2 \frac{1}{p^C} \quad (C \text{는 양의 상수})$$

이 성립한다고 한다. 일어날 확률이 $\frac{1}{2}$ 인 사건이 일어날 때 놀람의 정도는 1이고, 두 사건 A, B 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) A 는 5개의 동전을 던질 때 앞면이 4개 나오는 사건이다.
- (나) B 와 A 는 서로 독립이다.

두 사건 A, B 가 동시에 일어날 때 놀람의 정도가 7일 때, 사건 B 가 일어날 때 놀람의 정도는? (단, $\log 2 = 0.3$ 으로 계산한다.)

- ① $\frac{11}{3}$ ② $\frac{13}{3}$ ③ $\frac{15}{3}$
- ④ $\frac{17}{3}$ ⑤ $\frac{19}{3}$

12. 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=0}^n k(k-1)(k-2) {}_n C_k p^k (1-p)^{n-k} = \boxed{7p} \times p^3$$

이 성립한다. (가)에 알맞은 식을 $f(n)$ 이라 할 때, $f(10)$ 의 값을 구하여라. (단, $0 < p < 1$)

13. 세 개의 주사위를 동시에 던질 때, 세 주사위에 나타난 눈의 수가 2, 5, 3 또는 1, 1, 2 또는 6, 4, 2와 같이 두 주사위에 나타난 눈의 수의 합이 나머지 주사위의 눈의 수와 같을 확률은?

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{2}{9}$ ③ $\frac{5}{24}$
- ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{5}{18}$

14. 다음 다항식에서 x^{22} 의 계수는?

$$(x+1)^{24} + x(x+1)^{23} + x^2(x+1)^{22} + \dots + x^{22}(x+1)^2$$

- ① 1520 ② 1760 ③ 2020
- ④ 2240 ⑤ 2300

15. 다음 두 조건을 만족시키는 집합 A, B 의 순서쌍 (A, B) 의 개수는?

- (가) A 와 B 는 집합 $\{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$ 의 부분 집합이다.
- (나) $A - B = \{1, 3, 5\}$

- ① 17 ② 21 ③ 24
- ④ 27 ⑤ 31

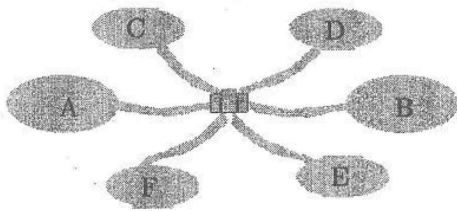
16. 7개의 숫자 0, 1, 2, 3, 5, 6, 7 중 서로 다른 4개를 사용하여 네 자리의 자연수를 만들 때, 25의 배수가 되는 경우의 수는?

- ① 48 ② 52 ③ 56
- ④ 60 ⑤ 64

17. 1부터 5까지의 자연수가 적힌 5개의 공이 각각 들어 있는 두 상자 A, B가 있다. A, B에서 임의로 각각 4개의 공을 동시에 뽑아 네 자리 자연수 a, b 를 만든다. 이때, a 와 b 를 서로 같은 자리의 수끼리 비교하였을 때, 어느 자리의 수도 서로 같지 않을 확률은?

- ① $\frac{49}{120}$ ② $\frac{17}{40}$ ③ $\frac{53}{120}$
- ④ $\frac{11}{24}$ ⑤ $\frac{19}{40}$

18. 아래 그림과 같이 A, B, C, D, E, F의 6개 구역이 경찰서를 중심으로 하여 길로 연결되어 있다. A와 B의 넓이는 각각 4km^2 이고 C, D, E, F의 넓이는 각각 2km^2 이다. 2명의 경찰관이 이 6개 구역을 넓이의 합이 같아지도록 2부분으로 나누어 1부분씩을 맡고, 각자 맡은 모든 구역을 순서를 정하여 순찰하는 방법의 수는? (단, 1개 구역을 나누지는 않는다.)



- ① 524 ② 528 ③ 532
- ④ 536 ⑤ 540

19. 어느 대민 봉사 센터의 전화상담의 통화 시간은 평균이 8분이고 표준편차가 2분인 정규분포를 따른다고 한다. 이 봉사 센터에 걸려오는 상담 전화 중 임의로 선택한 4통의 통화시간의 합이 30분 이상일 확률은?(단, 다음 표준정규분포표를 이용한다.)

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.192
1.0	0.341
1.5	0.433
2.0	0.477

- ① 0.690 ② 0.691 ③ 0.692
- ④ 0.693 ⑤ 0.694

20. 다항식 $(x^3 + 3x^2 + 3x + a)^4$ 의 전개식에서 x^7 의 계수가 $2^3 \times 3^5$ 일 때, 상수 a 의 값은?

- ① 9 ② 18 ③ 27
- ④ 36 ⑤ 45

21. 3의 배수인 세 자리의 자연수 중에서 하나를 뽑을 때, 일의 자리의 수 또는 십의 자리의 수 또는 백의 자리의 수가 9인 자연수를 뽑을 확률은?

- ① $\frac{13}{50}$ ② $\frac{7}{25}$ ③ $\frac{3}{10}$
- ④ $\frac{8}{25}$ ⑤ $\frac{17}{50}$

22. 어느 경찰관이 8월에 관할구역을 이틀 연이어 순찰하지 않으면서 5일 순찰하는 방법의 수는?

- ① ${}_{26}C_5$ ② ${}_{27}C_5$ ③ ${}_{28}C_5$
 ④ ${}_{29}C_5$ ⑤ ${}_{30}C_5$

23. 다음은 어떤 모집단의 확률분포표이다.

X	0	3	6	계
$P(X=x)$	$\frac{1}{3}$	a	$\frac{2}{3}-a$	1

이 모집단에서 크기가 3인 표본을 복원추출하여 구한 표본평균을 \bar{X} 라 하자. \bar{X} 의 분산이 $\frac{17}{12}$ 일 때, a 의 값은?

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{4}$
 ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

24. 3명의 경위와 8명의 순경이 4명, 4명, 3명으로 나누어 서로 다른 세 순찰차에 탑승하려고 한다. 3명의 경위는 각각 다른 순찰차에 탄다고 할 때, 탑승하는 방법의 수는?

- ① 3360 ② 6720 ③ 8400
 ④ 10080 ⑤ 13640

25. $-2 \leq X \leq 4$ 의 모든 값을 취하는 확률변수 X 의 확률밀도함수 $f(x)$ 는 다음을 만족시킨다.

$$f(1-x) = f(1+x)$$

$$P(1 \leq X \leq 3) = 2P(3 \leq X \leq 4) \text{ 이 고 ,}$$

$$P(0 \leq X \leq 1) = \frac{1}{4} \text{ 일 때,}$$

$P(0 \leq X \leq 3)$ 의 값은?

- ① $\frac{5}{12}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{7}{12}$
 ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

26. n 개의 주사위를 던져서 나온 눈의 수의 최댓값이 5일 확률을 P_n 이라 할 때, 무한급수 $\sum_{n=1}^{\infty} P_n$ 의 합은?

- ① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{5}{6}$ ③ 1
 ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ 3

27. 10보다 큰 자연수 n 에 대하여 집합 $\{1, 2, 3, \dots, n\}$ 의 두 부분집합 X 와 Y 를 택할 때, $n(X \cap Y) = 1$ 인 경우의 수는?

(단, $n(A)$ 는 집합 A 의 원소의 개수)

- ① $\sum_{k=1}^n {}_n C_k 2^{n-k}$
- ② $\sum_{k=1}^n {}_n C_k 2^{n-k-1}$
- ③ $\sum_{k=1}^n n \cdot {}_n C_k 2^{n-k}$
- ④ $\sum_{k=1}^n k \cdot {}_n C_k 2^{n-k-1}$
- ⑤ $\sum_{k=1}^n k \cdot {}_n C_k 2^{n-k}$

28. 확률변수 X 가 5보다 작은 자연수에서 값을 취하고 X 의 확률분포가

$$P(X=k+1) = \frac{2}{5}P(X=k) \quad (k=1,2,3)$$

로 주어질 때, $P(X \geq 3)$ 의 값은?

- ① $\frac{2}{29}$ ② $\frac{3}{29}$ ③ $\frac{4}{29}$
- ④ $\frac{5}{29}$ ⑤ $\frac{6}{29}$

29. 각 자리의 수의 합이 19인 세 자리 자연수의 개수는?

- ① 41 ② 42 ③ 43
- ④ 44 ⑤ 45

30. police academy에는 2개의 a, c, e 를 포함하여 13개의 문자가 있다. 이 중에서 6개를 뽑을 때, 뽑힌 문자가 모두 다를 확률은?

- ① $\frac{827}{1716}$ ② $\frac{833}{1716}$ ③ $\frac{839}{1716}$
- ④ $\frac{845}{1716}$ ⑤ $\frac{851}{1716}$

31. 여론 조사에서 찬성과 반대 의견이 거의 비슷한 어떤 안건을 투표로 결정하려고 한다. 전체 유권자 10000 명 중 최소 $a\%$ 가 찬성해야 통과되는 것으로 정했을 때, 이 안건이 통과될 확률이 0.0228 이하이기 위한 a 의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?

z	$P(0 \leq Z < z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

- ① 51 ② 52 ③ 53
 ④ 54 ⑤ 55

32. 3 자리의 수인 289 의 각 자리수 2, 8, 9 는 $2 < 8 < 9$ 를 만족한다. 이와 같이 2 자리 이상의 자연수 중에서 항상 뒤의 자리수가 바로 앞의 자리수보다 더 큰 수를 오름수라고 하자. 예를 들어 3579 는 오름수이지만 3559 나 3576 은 둘 다 오름수가 아니다. <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

< 보 기 >

ㄱ. 2 자리 오름수의 개수는 36 이다.
 ㄴ. 4 자리 오름수의 개수와 5 자리 오름수의 개수는 같다.
 ㄷ. 3 자리 오름수를 크기순으로 작은 수부터 차례로 나열할 때, 50 번째 수는 345 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

33. 무승부가 없고, 두 사람이 승패를 겨루는 게임이 있다. 게임에서 지는 사람은 그 다음 게임에 참가하지 않기로 하고, A, B, C 세 사람이 이 게임을 15 회 실시한 후, 결과를 다음과 같은 게임성적표에 작성하려고 한다.

선수 \ 회	1	2	...	15	승 : ○ 패 : × 불참 : △
A			...		
B			...		
C			...		

아래의 세 조건을 만족하는 서로 다른 게임성적표의 개수는?

< 조 건 >

(가) 첫 게임은 B와 C가 실시하여 B가 이겼다.
 (나) 마지막 게임에서는 A가 졌다.
 (다) A는 11 승, B는 1 승을 하였다.

- ① 4 ② 5 ③ 6
 ④ 8 ⑤ 10

34. 각 자리의 숫자가 1, 2, 3 만으로 이루어지고 3의 배수인 4자리 자연수의 개수는?

- ① 23 ② 25 ③ 27
- ④ 29 ⑤ 31

35. 윗놀이는 네 개의 윗짝으로, 뒤집어지는 윗짝의 개수가 1,2,3,4,0 일 때, 각각 순서대로 도, 개, 걸, 윗, 모라고 부르며 하는 놀이이다. 그런데 철수는 윗놀이에서 가장 나오기 어려운 것부터 적으면 모, 윗, 도, 걸, 개의 순서라고 주장한다. 각 짝이 뒤집어질 확률 p 의 값은 네 짝 모두 같다고 가정하고 또 각 짝의 결과는 서로 독립적이라고 할 때, 철수의 주장이 참이 되는 p 값의 범위는? (단, 가능한 한 좁은 범위로 답하되 철수가 주장하는 순서에 맞는 p 값은 모두 범위에 포함되어야 하며, $4^{\frac{1}{3}} = 1.58$, $4^{-\frac{1}{3}} = 0.63$, $(1+4^{-\frac{1}{3}})^{-1} = 0.61$ 로 계산한다.)

- ① $p < 0.5$
- ② $0.5 < p < 0.6$
- ③ $0.5 < p < 0.61$
- ④ $0.5 < p < 0.63$
- ⑤ $p > 0.63$

36. 어떤 범죄 사건에서 3명의 용의자가 포착되었다.

이들이 각각 진범일 확률은 $\frac{1}{3}$ 로 모두 같고, 이들 중에 진범이 있는 것은 의심의 여지가 없다고 가정하자. 수사반장은 다음과 같은 수사 계획을 세웠다. “우선 3명 중에 한 명을 임의로 뽑아 집중 수사를 한다. 다른 두 명은 과학 수사 팀에 의뢰하여 결백한지, 즉 용의선 상에서 제외할 수 있는지를 조사한다.” 그런데 수사반장은 다음과 같은 고민이 생겼다. “계획대로 수사가 시작된 지 얼마 지나지 않았을 때 만약 과학 수사 팀에 의뢰한 두 명 중에 한 명이 결백함이 밝혀진다면 처음 집중 수사 대상이었던 사람을 계속 수사할 것인지 아니면 과학 수사 팀에서 결백함이 밝혀지지 않은 다른 한 사람으로 수사 초점을 바꿀 것인지”가 문제가 된 것이다.

지금까지의 경험으로 볼 때, 과학 수사 결과 결백함이 밝혀진 자가 후일 범인임이 밝혀진 예는 전혀 없었으므로 과학 수사 결과 결백함이 밝혀지면 전혀 의심의 여지가 없는 것으로 가정하고, 또 처음 수사 대상자에 대한 수사 비용과 시간을 무시하기로 할 때, 즉 확률적으로만 판단할 때, 이 경우 수사반장의 합리적인 판단은 어느 것인가?

- ① 바꾸는 것이 확률적으로 유리하다.
- ② 바꾸지 않는 것이 확률적으로 유리하다.
- ③ 바꾸거나 바꾸지 않거나 진범을 알아낼 확률은 같다.
- ④ 주어진 정보와 가정만으로는 아무것도 알 수 없다.
- ⑤ 과학수사결과 결백함이 밝혀지지 않은 남은 한 사람이 진범이다.

-선생님 연락-

HP 010 9645 5800

카톡 아이디 Gojw

이메일 gjwmtr@gmail.com

- 1) ②
- 2) ④
- 3) ③
- 4) 510
- 5) ③
- 6) ①
- 7) 167
- 8) ①
- 9) ④
- 10) ②

- 11) ②
- 12) 720
- 13) ③
- 14) ⑤
- 15) ④
- 16) ②
- 17) ③
- 18) ②
- 19) ③
- 20) ①

- 21) ②
- 22) ②
- 23) ⑤
- 24) ④
- 25) ③
- 26) ⑤
- 27) ⑤
- 28) ③
- 29) ⑤
- 30) ②

- 31) ①
- 32) ⑤
- 33) ③
- 34) ③
- 35) ②
- 36) ①