

고지우의

# 난문현답

사관학교 1차 시험  
'기하와 벡터'

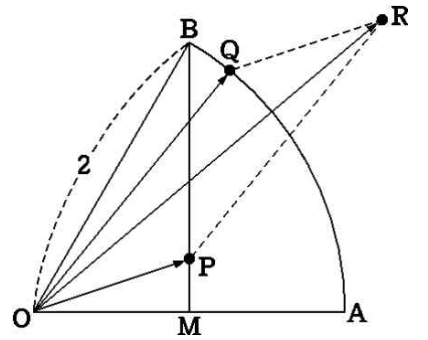


1. 좌표공간에서 구  $(x-6)^2 + (y+1)^2 + (z-5)^2 = 16$  위의 점 P와  $yz$ 평면 위에 있는 원  $(y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$  위의 점 Q 사이의 거리의 최댓값을 구하시오. [4점]

2. 두 벡터  $\vec{a}, \vec{b}$ 에 대하여  $|\vec{a}|=2, |\vec{b}|=3, |3\vec{a}-2\vec{b}|=6$ 일 때, 내적  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ 의 값은? [2점]

- ① 1
  - ② 2
  - ③ 3
- ④ 4
  - ⑤ 5

3. 그림과 같이 반지름의 길이가 2이고 중심각의 크기가  $\frac{\pi}{3}$ 인 부채꼴 OAB에서 선분 OA의 중점을 M이라 하자. 점 P는 두 선분 OM과 BM 위를 움직이고, 점 Q는 호 AB 위를 움직인다.  $\vec{OR} = \vec{OP} + \vec{OQ}$ 를 만족시키는 점 R가 나타내는 영역 전체의 넓이는? [4점]



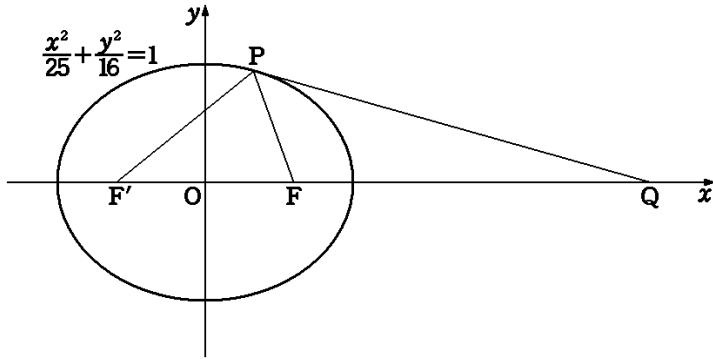
- ①  $\sqrt{3}$
  - ② 2
  - ③  $2\sqrt{3}$
- ④ 4
  - ⑤  $3\sqrt{3}$

4. 한 모서리의 길이가  $6\sqrt{6}$ 인 정사면체 ABCD에 대하여 등식

$$\vec{PB} + \vec{PC} + \vec{PD} = 2\vec{PA}$$

를 만족시키는 점 P가 있다. 삼각형 BCD의 무게중심을 G라 할 때, 선분 PG의 길이를 구하여라. [3점]

5. 그림과 같이 타원  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ 의 두 초점을 각각 F, F'이라 하자. 타원 위의 한 점 P와 x축 위의 한 점 Q에 대하여  $\overline{PF} : \overline{PF'} = \overline{QF} : \overline{QF'} = 2 : 3$ 일 때,  $\overline{PQ}^2$ 의 값을 구하여라.  
(단, 점 Q는 타원 외부의 점이다.) [3점]

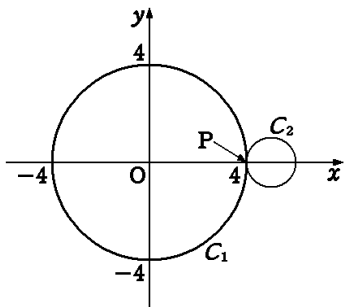


6. 좌표공간에 여섯 개의 점 A(0, 0, 2), B(2, 0, 0), C(0, 2, 0), D(-2, 0, 0), E(0, -2, 0), F(0, 0, -2)를 꼭짓점으로 하는 정팔면체 ABCDEF가 있다. 이 정팔면체와 평면  $x+y+z=0$ 이 만나서 생기는 도형의 넓이를 S라 할 때,  $S^2$ 의 값을 구하여라. [4점]

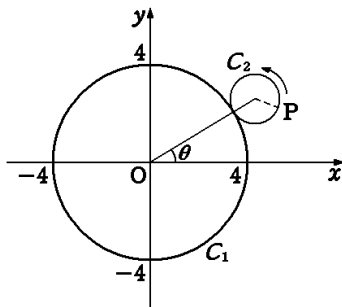
7. 포물선  $y^2 = 8x$ 의 초점 F를 지나는 직선이 포물선과 만나는 두 점을 A, B라 하자.  $\overline{AF} : \overline{BF} = 3 : 1$ 일 때, 선분 AB의 길이는?  
[3점]

- ①  $\frac{26}{3}$
- ②  $\frac{28}{3}$
- ③ 10
- ④  $\frac{32}{3}$
- ⑤  $\frac{34}{3}$

8. [그림 1]과 같이 좌표평면 위에 중심이 원점이고 반지름의 길이가 4인 큰 원  $C_1$ 과 반지름의 길이가 1인 작은 원  $C_2$ 가 점  $(4, 0)$ 에서 외접하고 있다. 이때 작은 원 위의 한 점을  $P$ 라 하자. [그림 2]와 같이 원  $C_2$ 가 원  $C_1$ 에 접한 상태로 굴러갈 때, 두 원의 중심을 연결한 선분이  $x$ 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를  $\theta$ 라 하자.  $\theta$ 의 값이 0에서  $\frac{\pi}{2}$ 까지 변할 때, 점  $(4, 0)$ 에서 출발한 점  $P$ 가 움직인 거리는? [4점]



[그림 1]

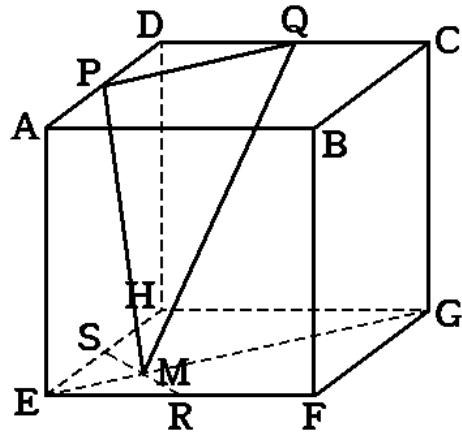


[그림 2]

- ① 8
- ② 9
- ③ 10
- ④ 11
- ⑤ 12

9. 좌표공간 위의 점  $A(4, 6, 7)$ 에서 두 점  $B(1, -1, 2)$ ,  $C(5, -3, 8)$ 을 지나는 직선까지의 거리를  $d$ 라 할 때,  $d^2$ 의 값을 구하여라. [3점]

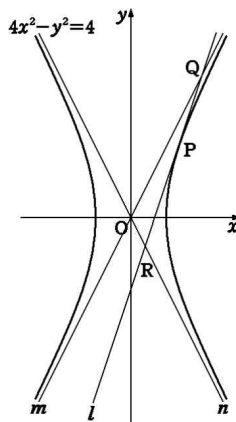
10. 그림과 같은 정육면체  $ABCD-EFGH$ 에서 네 모서리  $AD$ ,  $CD$ ,  $EF$ ,  $EH$ 의 중점을 각각  $P$ ,  $Q$ ,  $R$ ,  $S$ 라 하고, 두 선분  $RS$ 와  $EG$ 의 교점을  $M$ 이라 하자. 평면  $PMQ$ 와 평면  $EFGH$ 가 이루는 예각의 크기를  $\theta$ 라 할 때,  $\tan^2\theta + \sec^2\theta$ 의 값을 구하여라. [4점]



11. 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각  $t$ 에서의  $x, y$ 좌표가 각각  $x=t-\sin 2t, y=1-\cos 2t$ 일 때, 점 P의 속력의 최댓값은? (단,  $t \geq 0$ ) [3점]

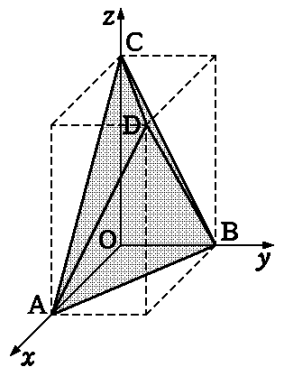
- ① 3                                      ②  $2\sqrt{3}$                                       ③ 4
- ④  $3\sqrt{2}$                                       ⑤  $2\sqrt{5}$

12. 그림과 같이 쌍곡선  $4x^2 - y^2 = 4$  위의 점  $P(\sqrt{2}, 2)$ 에서의 접선을  $l$ 이라 하고, 이 쌍곡선의 두 점근선 중 기울기가 양수인 것을  $m$ , 기울기가 음수인 것을  $n$ 이라 하자.  $l$ 과  $m$ 의 교점을 Q,  $l$ 과  $n$ 의 교점을 R라 할 때,  $\overline{QR} = k\overline{PQ}$ 를 만족시키는  $k$ 의 값은? [3점]



- ①  $\sqrt{2}$                                       ②  $\frac{3}{2}$
- ③ 2    ④  $\frac{7}{3}$
- ⑤  $1 + \sqrt{2}$

13. 좌표공간 위의 네 점  $A(2, 0, 0), B(0, 2, 0), C(0, 0, 4), D(2, 2, 4)$ 에 대하여 그림과 같이 사면체 DABC의 꼭짓점 D에서 삼각형 ABC에 내린 수선의 발을 H라 할 때, 선분 DH의 길이는? [3점]



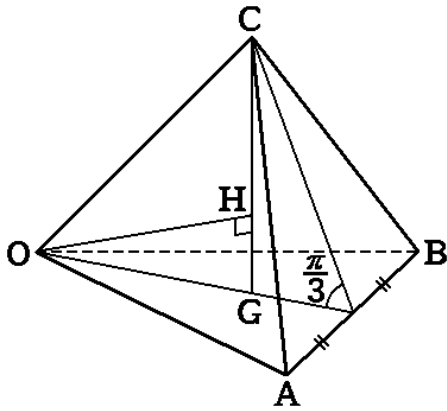
- ①  $\frac{5}{3}$     ② 2
- ③  $\frac{7}{3}$     ④  $\frac{8}{3}$
- ⑤ 3

14. 좌표평면 위를 움직이는 두 점  $A(2 + \sin\theta, 2\sqrt{3} + \sqrt{3}\sin\theta), B(\cos\theta, -\sqrt{3}\cos\theta)$ 와 점  $C(1, 0)$ 에 대하여 선분 AB의 중점을 M이라 하고,  $\overline{CM}$ 이 최대일 때 점 M을 D,  $\overline{CM}$ 이 최소일 때 점 M을 E라 하자. 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은? (단,  $0 \leq \theta < 2\pi$ ) [4점]

ㄱ. 점 M이 그리는 도형은 타원이다.  
 ㄴ.  $\overline{CD} + \overline{CE} = 2\sqrt{3}$   
 ㄷ.  $\angle DOE = \alpha$ 라 하면  $\tan\alpha = \frac{2}{5}\sqrt{6}$ 이다.  
 (단, O는 원점이다.)

- ① ㄱ    ② ㄴ    ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ    ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

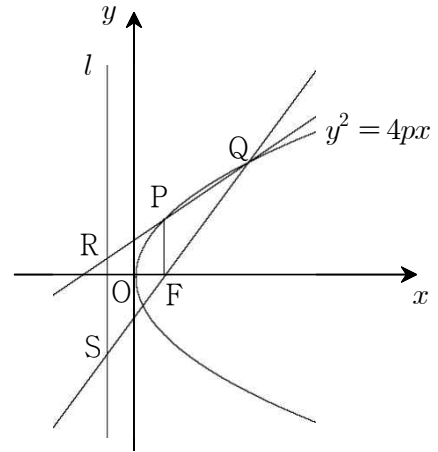
15. 그림과 같이 사면체 OABC에서 삼각형 OAB와 삼각형 CAB는 모두 정삼각형이고, 삼각형 OAB와 삼각형 CAB가 이루는 이면각의 크기는  $\frac{\pi}{3}$ 이다. 정삼각형 OAB의 무게중심을 G, 점 O에서 선분 CG에 내린 수선의 발을 H라 하자.  
 $\vec{OA}=\vec{a}$ ,  $\vec{OB}=\vec{b}$ ,  $\vec{OC}=\vec{c}$  라 할 때,  $\vec{OH}=p\vec{a}+q\vec{b}+r\vec{c}$  를 만족시키는 세 상수  $p, q, r$ 에 대하여  $28(p+q+r)$ 의 값을 구하여라.  
 [4점]



16. 두 벡터  $\vec{a}, \vec{b}$ 가  $|\vec{a}|=3$ ,  $|\vec{b}|=5$ ,  $|\vec{a}+\vec{b}|=7$ 을 만족시킬 때,  $(2\vec{a}+3\vec{b}) \cdot (2\vec{a}-\vec{b})$ 의 값은? [2점]

① -1                      ② -3                      ③ -5  
 ④ -7                      ⑤ -9

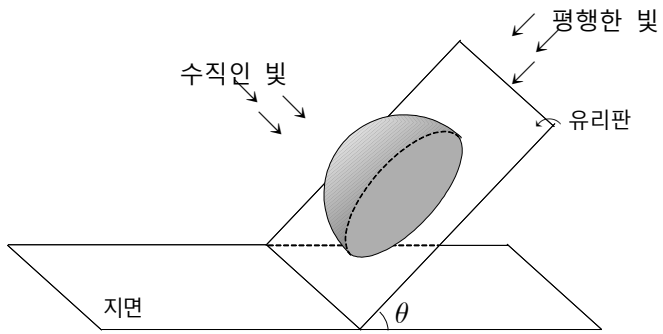
17. 좌표평면에서 포물선  $y^2=4px$  ( $p>0$ )의 초점을 F, 준선을  $l$ 이라 하자. 점 F를 지나고  $x$ 축에 수직인 직선과 포물선이 만나는 점 중 제1사분면에 있는 점을 P라 하자. 또, 제1사분면에 있는 포물선 위의 점 Q에 대하여 두 직선 QP, QF가 준선  $l$ 과 만나는 점을 각각 R, S라 하자.  $\overline{PF} : \overline{QF} = 2 : 5$ 일 때,  $\frac{\overline{QF}}{\overline{FS}}$ 의 값은? [3점]



- ①  $\frac{5}{3}$                       ②  $\frac{3}{2}$                       ③  $\frac{4}{3}$   
 ④  $\frac{5}{4}$                       ⑤  $\frac{6}{5}$

18. 그림과 같이 지면과 이루는 각의 크기가  $\theta$ 인 평평한 유리판 위에 반구가 얹어져있다. 햇빛이 유리판에 수직인 방향으로 비출 때 지면 위에 생기는 반구의 그림자의 넓이를  $S_1$ , 햇빛이 유리판과 평행한 방향으로 비출 때 지면 위에 생기는 반구의 그림자의 넓이를  $S_2$ 라 하자.  $S_1 : S_2 = 3 : 2$ 일 때,  $\tan\theta$ 의 값은? (단,  $\theta$ 는 예각이다.) [4점]

지면



- ①  $\frac{1}{3}$
- ②  $\frac{\sqrt{2}}{3}$
- ③  $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- ④  $\frac{2}{3}$
- ⑤  $\frac{3}{4}$

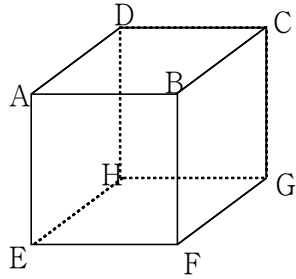
19. 좌표공간에 5개의 점  $A(0, 0, 4-t)$ ,  $B(t, 0, 0)$ ,  $C(0, t, 0)$ ,  $D(-t, 0, 0)$ ,  $E(0, -t, 0)$ 을 꼭짓점으로 하는 사각뿔  $A-BCDE$ 가 있다.  $0 < t < 4$ 일 때, 이 사각뿔의 부피가 최대가 되도록 하는 실수  $t$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{2}{3}$
- ②  $\frac{4}{3}$
- ③ 2
- ④  $\frac{8}{3}$
- ⑤  $\frac{10}{3}$

20. 한 모서리의 길이가 1인 정육면체  $ABCD-EFGH$ 를 다음 두 조건을 만족시키도록 좌표공간에 놓는다.

- (가) 꼭짓점 A는 원점에 놓이도록 한다.
- (나) 꼭짓점 G는  $y$ 축 위에 놓이도록 한다.

위의 조건을 만족시키는 상태에서 이 정육면체를  $y$ 축의 둘레로 회전시킬 때, 점 B가 그리는 도형은 점  $(0, a, 0)$ 을 중심으로 하고 반지름의 길이가  $r$ 인 원이다. 이때,  $a, r$ 의 곱  $ar$ 의 값은? (단, 점 G의  $y$ 좌표는 양수이다.) [4점]

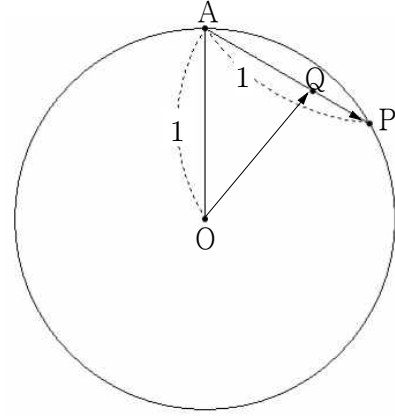


- ①  $\frac{1}{6}$
- ②  $\frac{\sqrt{2}}{6}$
- ③  $\frac{1}{3}$
- ④  $\frac{\sqrt{2}}{3}$
- ⑤  $\frac{\sqrt{3}}{3}$

21. 좌표평면에서 타원  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$  위의 점

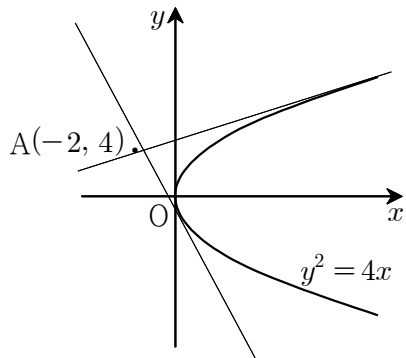
$P\left(3, \frac{16}{5}\right)$ 에서의 접선을  $l$ 이라 하자. 타원의 두 초점  $F, F'$ 과 직선  $l$  사이의 거리를 각각  $d, d'$ 이라 할 때,  $dd'$ 의 값을 구하시오. [3점]

22. 중심이  $O$ 이고 반지름의 길이가 1인 구 위에 고정된 점  $A$ 가 있고,  $\overline{AP}=1$ 을 만족시키면서 이 구위를 움직이는 점  $P$ 가 있다. 이때, 선분  $AP$  위의 점  $Q$ 가  $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{OQ} \geq 0$ 을 만족시킬 때, 점  $Q$ 가 존재하는 영역의 넓이는  $\frac{q}{p}\sqrt{3}\pi$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p, q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]





23. 점  $A(-2, 4)$ 에서 포물선  $y^2 = 4x$ 에 그은 두 접선의 기울기의 곱은? [2점]



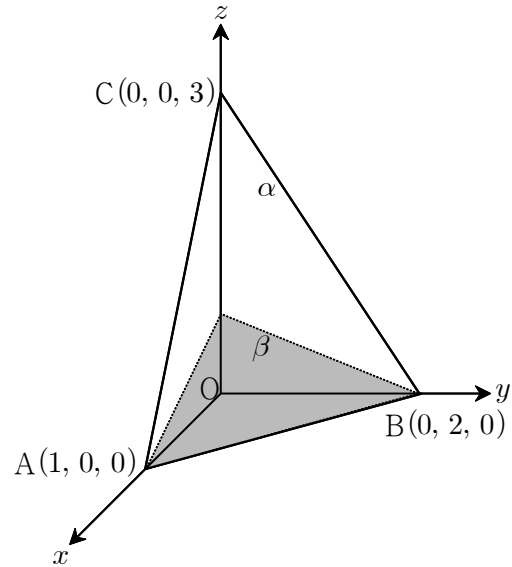
- ①  $-\frac{1}{4}$                       ②  $-\frac{3}{8}$                       ③  $-\frac{1}{2}$
- ④  $-\frac{5}{8}$                       ⑤  $-\frac{3}{4}$

24. 좌표공간에서 두 점  $A(4, 0, 0)$ ,  $B(-4, 0, 0)$ 과 움직이는 점  $P$ 에 대하여  $\vec{OA} = \vec{a}$ ,  $\vec{OB} = \vec{b}$ ,  $\vec{OP} = \vec{p}$ 라 할 때, 다음 조건을 모두 만족시키는 점  $P$ 가 나타내는 도형의 길이는? (단,  $O$ 는 원점이다.) [4점]

(가)  $(\vec{p} - \vec{a}) \cdot (\vec{p} - \vec{b}) = 0$   
 (나)  $(\vec{p} - \vec{a}) \cdot (\vec{p} - \vec{a}) = 16$

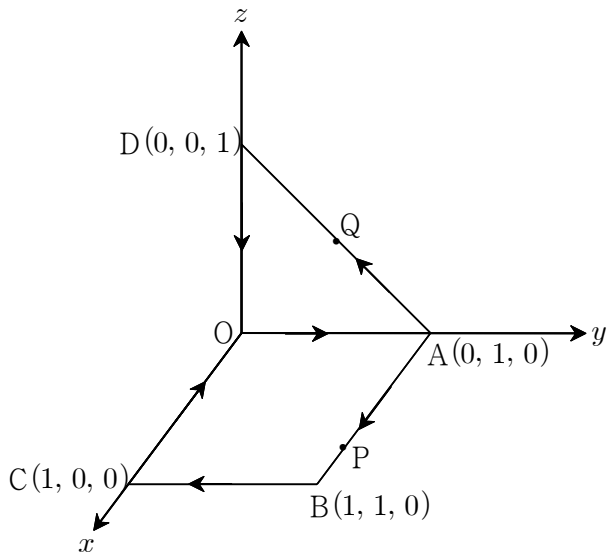
- ①  $2\sqrt{2} \pi$                       ②  $2\sqrt{3} \pi$                       ③  $4 \pi$
- ④  $4\sqrt{2} \pi$                       ⑤  $4\sqrt{3} \pi$

25. 좌표공간에서 세 점  $A(1, 0, 0)$ ,  $B(0, 2, 0)$ ,  $C(0, 0, 3)$ 을 지나는 평면을  $\alpha$ 라 하자. 그림과 같이 평면  $\alpha$ 와  $xy$ 평면의 이면각 중에서 예각인 것을 이등분하면서 선분  $AB$ 를 포함하는 평면을  $\beta$ 라 할 때, 평면  $\beta$ 가  $z$ 축과 만나는 점의  $z$ 좌표는? [4점]



- ①  $\frac{2}{3}$                                       ②  $\frac{3}{4}$                                       ③  $\frac{8}{9}$
- ④  $\frac{5}{4}$                                       ⑤  $\frac{4}{3}$

26. 좌표공간에 네 점  $A(0, 1, 0)$ ,  $B(1, 1, 0)$ ,  $C(1, 0, 0)$ ,  $D(0, 0, 1)$ 이 있다. 그림과 같이 점  $P$ 는 원점  $O$ 에서 출발하여 사각형  $OABC$ 의 둘레를  $O \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow O \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow \dots$ 의 방향으로 움직이며, 점  $Q$ 는 원점  $O$ 에서 출발하여 삼각형  $OAD$ 의 둘레를  $O \rightarrow A \rightarrow D \rightarrow O \rightarrow A \rightarrow D \rightarrow \dots$ 의 방향으로 움직인다. 두 점  $P, Q$ 가 원점  $O$ 에서 동시에 출발하여 각각 매초 1의 일정한 속력으로 움직인다고 할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

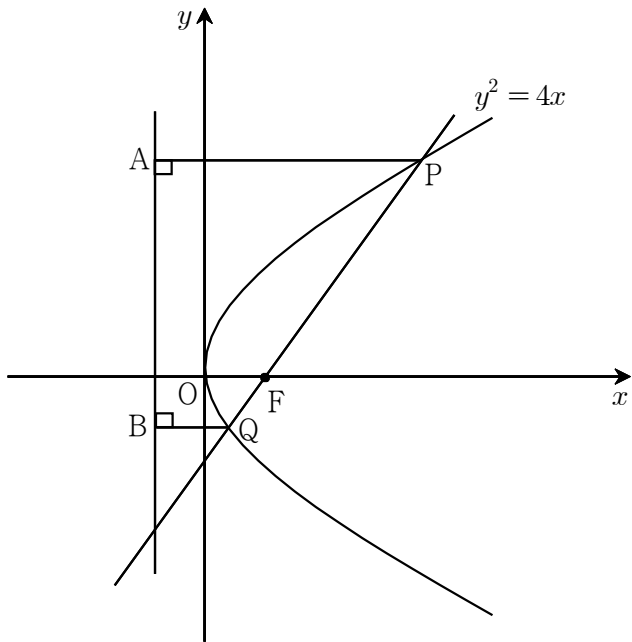


- ㄱ. 두 점  $P, Q$ 가 출발 후 원점에서 다시 만나는 경우는 없다.
- ㄴ. 출발 후 4초가 되는 순간 두 점  $P, Q$ 사이의 거리는  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 이다.
- ㄷ. 출발 후 2초가 되는 순간 두 점  $P, Q$ 사이의 거리는  $\sqrt{2}$ 이다.

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ                ⑤ ㄴ, ㄷ

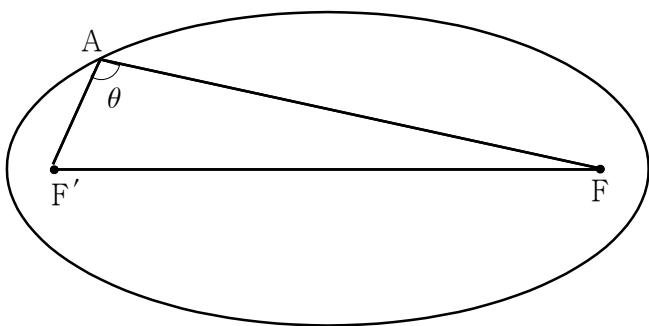
27. 구  $(x-3)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 27$ 과 그 내부를 포함하는 입체를  $xy$ 평면으로 잘라 구의 중심이 포함된 부분을 남기고 나머지 부분을 버린다. 남아있는 부분을 다시  $yz$ 평면으로 잘라 구의 중심이 포함된 부분을 남기고 나머지 부분을 버린다. 이때, 마지막에 남아있는 부분에서 두 평면에 의해 잘린 단면의 넓이는  $a\pi + b$ 이다. 두 자연수  $a, b$ 의 합  $a+b$ 의 값을 구하시오. [4점]

28. 그림과 같이 포물선  $y^2 = 4x$ 의 초점 F를 지나는 직선이 포물선과 만나는 두 점을 각각 P, Q라 하고, 두 점 P, Q에서 준선에 내린 수선의 발을 각각 A, B라 하자.  $\overline{PF} = 5$ 일 때, 사각형 ABQP의 넓이는? [3점]



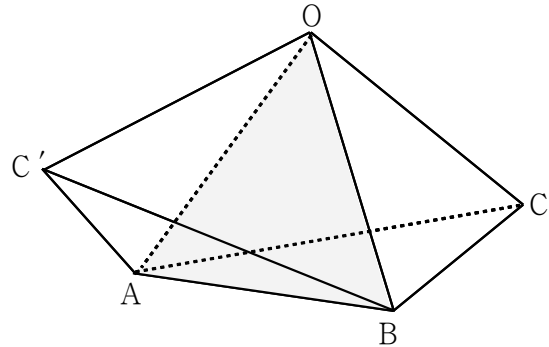
- ①  $\frac{57}{4}$                       ②  $\frac{115}{8}$                       ③ 15
- ④  $\frac{125}{8}$                       ⑤  $\frac{135}{8}$

29. 그림과 같이 장축의 길이가 4, 단축의 길이가 2인 타원이 있다. 이 타원의 두 초점 F, F'에 대하여 삼각형 AF'F의 넓이가  $\sqrt{2}$ 가 되도록 타원 위의 점 A를 정할 때,  $\angle F'AF = \theta$ 라 하면  $\cos \theta$ 의 값은? [4점]



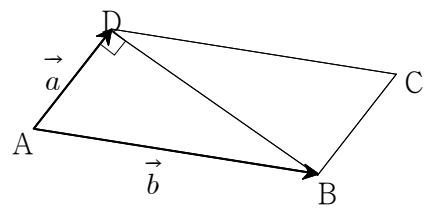
- ①  $-\frac{1}{2}$                       ②  $-\frac{1}{3}$                       ③  $-\frac{1}{4}$
- ④  $-\frac{1}{5}$                       ⑤  $-\frac{1}{6}$

30. 그림과 같이 두 개의 정사면체 OABC와 OABC'가 면 OAB를 공유하고 있다. 벡터  $\overrightarrow{OC'} = p\overrightarrow{OA} + q\overrightarrow{OB} + r\overrightarrow{OC}$ 를 만족시키는 상수 p, q, r에 대하여  $p+q+r$ 의 값은? [3점]



- ①  $\frac{1}{4}$                       ②  $\frac{1}{3}$                       ③  $\frac{1}{2}$
- ④  $\frac{2}{3}$                       ⑤  $\frac{3}{4}$

31. 그림과 같은  $\overline{AD} = 1$ ,  $\overline{AB} = \sqrt{6}$ ,  $\angle ADB = 90^\circ$ 인 평행사변형 ABCD에서  $\overrightarrow{AD} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$ 라 놓는다. 꼭짓점 D에서 선분 AC에 내린 수선의 발을 E라 할 때, 벡터  $\overrightarrow{AE} = k(\vec{a} + \vec{b})$ 를 만족시키는 실수 k의 값은? [4점]

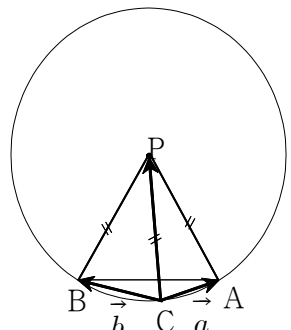


- ①  $\frac{1}{6}$                       ②  $\frac{2}{9}$                       ③  $\frac{5}{18}$
- ④  $\frac{1}{3}$                       ⑤  $\frac{\sqrt{6}}{6}$

32. 좌표공간에서 평면  $y = (\tan 75^\circ)x$  위의 도형  $S$ 를 벡터  $\vec{v} = (1, -1, 0)$ 에 평행한 광선으로 비추었더니,  $zx$ 평면에 나타난 도형  $S$ 의 그림자는 중심이  $(4, 0, 0)$ 이고 반지름의 길이가 3인 원이 되었다. 이때, 도형  $S$ 의 넓이는? [4점]

- ①  $3\sqrt{3}\pi$
- ②  $4\sqrt{3}\pi$
- ③  $\frac{9\sqrt{6}}{4}\pi$
- ④  $3\sqrt{6}\pi$
- ⑤  $\frac{9\sqrt{6}}{2}\pi$

33. 다음은 좌표공간에 있는 세 점  $A(3, 0, 2)$ ,  $B(0, 2, 1)$ ,  $C(1, 1, 1)$ 를 꼭짓점으로 하는 삼각형  $ABC$ 의 외접원의 중심  $P$ 의 좌표를 벡터를 이용하여 구하는 과정이다.

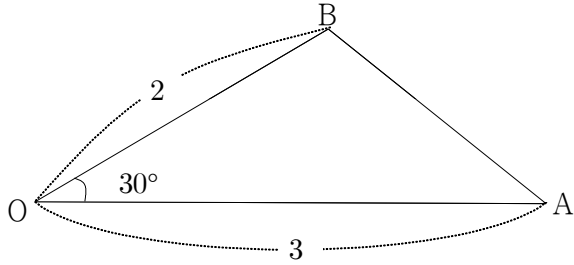


$\vec{CA} = \vec{a}$ ,  $\vec{CB} = \vec{b}$ 라 하면  
 적당한 실수  $p, q$ 에 대하여  
 $\vec{CP} = p\vec{a} + q\vec{b}$   
 로 나타낼 수 있다.  
 $|\vec{CP}| = |\vec{AP}|$ 에서  
 $|\vec{CP}|^2 = |\vec{CP} - \vec{a}|^2$   
 $\therefore |\vec{a}|^2 = \boxed{\text{(가)}} \times (p|\vec{a}|^2 + q\vec{a} \cdot \vec{b}) \dots\dots \text{㉠}$   
 마찬가지로  
 $|\vec{CP}| = |\vec{BP}|$ 에서  
 $|\vec{b}|^2 = \boxed{\text{(나)}} \times (q|\vec{b}|^2 + p\vec{a} \cdot \vec{b}) \dots\dots \text{㉡}$   
 $\vec{a} = (2, -1, 1)$ ,  $\vec{b} = (-1, 1, 0)$ ,  $\vec{a} \cdot \vec{b} = -3$ 이므로  
 ㉠, ㉡으로부터  
 $\therefore p = \boxed{\text{(다)}}$ ,  $q = \boxed{\text{(라)}}$   
 따라서  $\vec{CP} = (1, 2, 3)$ 이므로 삼각형  $ABC$ 의 외접원의 중심은  $P(2, 3, 4)$ 이다.

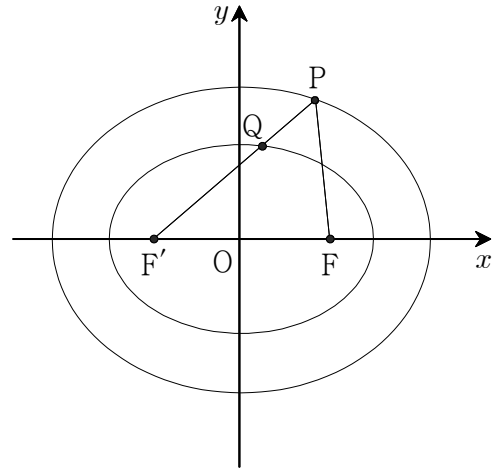
위 과정에서 (가), (나), (다), (라)에 해당하는 수를 모두 더하면? [4점]

- ① 11
- ② 12
- ③ 13
- ④ 14
- ⑤ 15

34. 그림과 같이  $\overline{OA} = 3$ ,  $\overline{OB} = 2$ ,  $\angle AOB = 30^\circ$  인 삼각형  $OAB$ 가 있다. 연립부등식  $3x + y \geq 2$ ,  $x + y \leq 2$ ,  $y \geq 0$ 을 만족시키는  $x, y$ 에 대하여 벡터  $\overrightarrow{OP} = x\overrightarrow{OA} + y\overrightarrow{OB}$ 의 종점  $P$ 가 존재하는 영역의 넓이를  $S$ 라 할 때,  $S^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

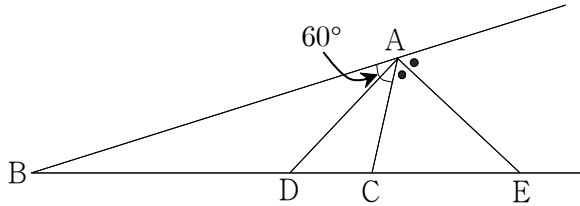


35. 그림과 같이 타원  $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{75} = 1$ 의 두 초점을  $F, F'$ 이라 하고, 이 타원 위의 점  $P$ 에 대하여 선분  $F'P$ 가 타원  $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{24} = 1$ 과 만나는 점을  $Q$ 라 하자.  $\overline{F'Q} = 8$ 일 때, 선분  $FP$ 의 길이는? [3점]



- ① 7
- ②  $\frac{29}{4}$
- ③  $\frac{15}{2}$
- ④  $\frac{31}{4}$
- ⑤ 8

36.  $\angle BAC = 60^\circ$  이고  $\angle BCA > 90^\circ$  인 둔각삼각형 ABC 가 있다. 그림과 같이  $\angle BAC$  의 이등분선과 선분 BC 의 교점을 D,  $\angle BAC$  의 외각의 이등분선과 선분 BC 의 연장선의 교점을 E 라 할 때, <보기>에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은? [3점]



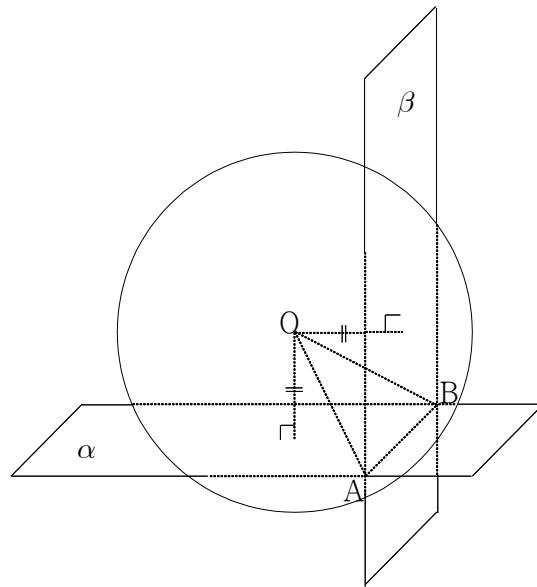
- <보기>
- ㄱ.  $\vec{AB} + \vec{AC} = 2\vec{AD}$
  - ㄴ.  $\vec{AB} \cdot \vec{AD} > \vec{AC} \cdot \vec{AE}$
  - ㄷ.  $\vec{AB} \cdot \vec{AC} > \vec{AD} \cdot \vec{AE}$

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

37. 중심이 O 이고 반지름의 길이가 1 인 구와, 점 O 로부터 같은 거리에 있고 서로 수직인 두 평면  $\alpha, \beta$  가 있다. 그림과 같이 두 평면  $\alpha, \beta$  의 교선이 구와 만나는 점을 각각 A, B 라 하자.

삼각형 OAB가 정삼각형일 때, 점 O와 평면  $\alpha$  사이의 거리는?

[4점]



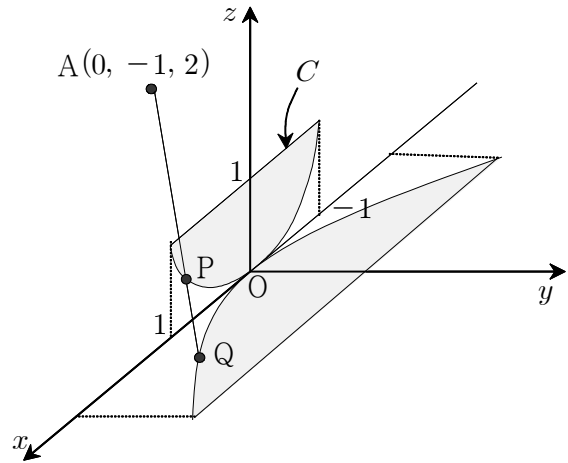
- ①  $\frac{\sqrt{2}}{5}$
- ②  $\frac{\sqrt{6}}{4}$
- ③  $\frac{\sqrt{5}}{5}$
- ④  $\frac{\sqrt{3}}{6}$
- ⑤  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

38.  $y$  축을 준선으로 하고 초점이  $x$  축 위에 있는 두 포물선이 있다. 두 포물선이  $y$  축에 대하여 서로 대칭이고, 두 포물선의 꼭지점 사이의 거리는 4이다. 두 포물선에 동시에 접하고 기울기가 양수인 직선을 그을 때, 두 접점 사이의 거리를  $d$ 라 하자.  $d^2$ 의 값을 구하시오. [3점]

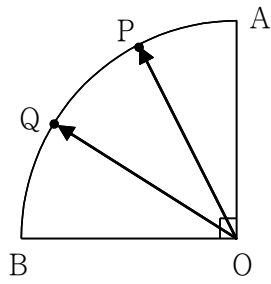
39. 좌표공간에서 구  
 $(x-12)^2 + (y-5)^2 + (z-10)^2 = 100$  이  $xy$  평면과 접하는 점을  $A$ 라 하고, 구 위를 움직이는 점을  $P$ 라 하자. 이 때,  $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OP}$ 의 최대값을 구하시오. (단,  $O$ 는 원점이다.) [4점]

40. 좌표공간에서 집합

$\{(x, y, z) \mid x^2 + (z-1)^2 \leq 1, y=0, 0 \leq z \leq 1\}$ 이 나타내는 도형을  $C$ 라 하자. 점  $A(0, -1, 2)$ 와 도형  $C$  위의 점  $P$ 를 지나는 직선이  $xy$  평면과 만나는 점을  $Q$ 라 하면 점  $Q$ 가 나타내는 도형의 넓이는  $\frac{b}{a}$ 이다. 이 때,  $a+b$ 의 값을 구하시오. (단,  $a, b$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



41. 그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가  $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 OAB가 있다. 호 AB 위를 움직이는 두 점 P, Q에 대하여 [보기]에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [3점]



- ㄱ.  $|\vec{OP} + \vec{OQ}|$ 의 최소값은  $\sqrt{2}$ 이다.
- ㄴ.  $|\vec{OP} - \vec{OQ}|$ 의 최대값은  $\sqrt{2}$ 이다.
- ㄷ.  $\vec{OP} \cdot \vec{OQ}$ 의 최대값은 1이다.

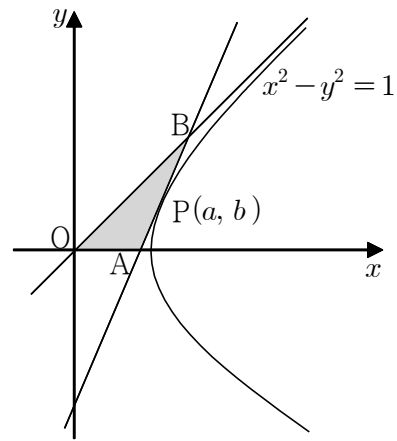
- ① ㄴ
- ② ㄷ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

42. 좌표공간 위의 두 점  $A(0, 0, 1)$ ,  $B(1, 0, 0)$ 이 있다. 점 P가 점 B에서 출발하여  $xy$ 평면 위의 직선  $x=1$ 을 따라  $y$ 축의 양의 방향으로 한없이 움직일 때, 선분 AP와 평면  $y-z=0$ 이 만나는 점을 Q라 하자. 점 Q가 나타내는 자취의 길이는? [4점]

- ①  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- ②  $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- ③  $\sqrt{2}$
- ④  $\sqrt{3}$
- ⑤ 2

43. 그림과 같이 쌍곡선  $x^2 - y^2 = 1$  위의 점  $P(a, b)$  ( $a > 1, b > 0$ )에서의 접선이  $x$ 축과 만나는 점을 A, 쌍곡선의 점근선 중 기울기가 양수인 직선과 만나는 점을 B라 하자.

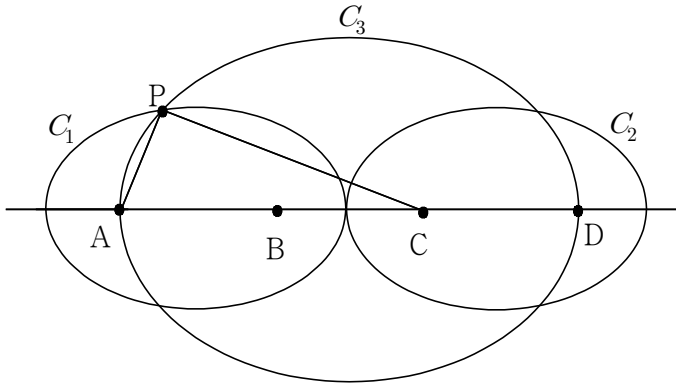
삼각형 OAB의 넓이를  $S(a)$ 라 할 때,  $\lim_{a \rightarrow \infty} S(a)$ 의 값은? (단, O는 원점이다.) [4점]



- ① 1
- ②  $\sqrt{2}$
- ③  $\sqrt{3}$
- ④ 2
- ⑤  $2\sqrt{2}$

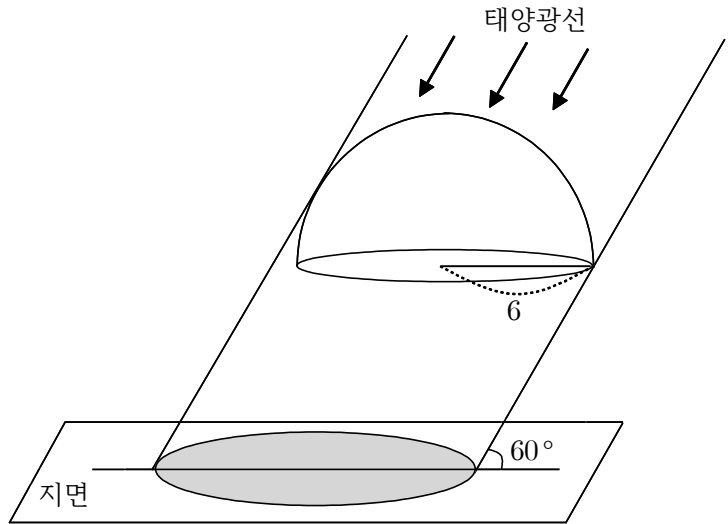


44. 그림과 같이 서로 합동인 두 타원  $C_1, C_2$  가 외접하고 있다. 두 점 A, B는 타원  $C_1$ 의 초점, 두 점 C, D는 타원  $C_2$ 의 초점이고, 네 점 A, B, C, D는 모두 한 직선 위에 있다. 두 점 B, C를 초점, 선분 AD를 장축으로 하는 타원을  $C_3$ 이라 하고, 두 타원  $C_1, C_3$ 의 교점을 P라 하자.  $\overline{AB} = 8$ 이고  $\overline{BC} = 6$ 일 때,  $\overline{CP} - \overline{AP}$ 의 값은? [4점]



- ① 7
- ② 8
- ③ 9
- ④ 10
- ⑤ 11

45. 그림과 같이 반지름의 길이가 6인 반구가 평평한 지면 위에 떠 있다. 반구의 밑면이 지면과 평행하고 태양광선이 지면과  $60^\circ$ 의 각을 이룰 때, 지면에 나타나는 반구의 그림자의 넓이는? (단, 태양광선은 평행하게 비춘다.) [4점]



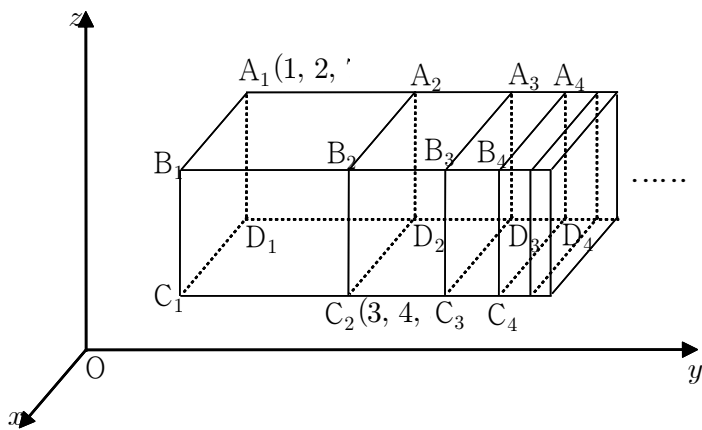
- ①  $6(3 + \sqrt{3})\pi$
- ②  $6(3 + 2\sqrt{3})\pi$
- ③  $8(2 + \sqrt{3})\pi$
- ④  $8(1 + 2\sqrt{3})\pi$
- ⑤  $8(2 + 3\sqrt{3})\pi$

46. 좌표공간에 두 점  $A_1(1, 2, 7)$ ,  $C_2(3, 4, 5)$ 가 있다. 그림과 같이 각 면이  $xy$  평면 또는  $yz$  평면 또는  $zx$  평면에 평행한 직육면체  $A_1B_1B_2A_2 - D_1C_1C_2D_2$ 를 만든다.

면  $A_2B_2C_2D_2$ 를 공유하고  $\overline{C_2C_3} = \frac{1}{2} \overline{C_1C_2}$ 가 되도록 그림과 같이 직육면체  $A_2B_2B_3A_3 - D_2C_2C_3D_3$ 을 만든다.

면  $A_3B_3C_3D_3$ 을 공유하고  $\overline{C_3C_4} = \frac{1}{2} \overline{C_2C_3}$ 이 되도록 그림과 같이 직육면체  $A_3B_3B_4A_4 - D_3C_3C_4D_4$ 를 만든다.

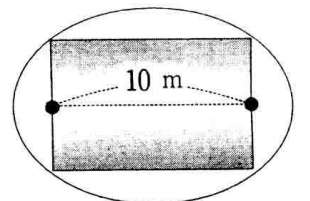
이와 같은 과정을 계속하여 직육면체  $A_nB_nB_{n+1}A_{n+1} - D_nC_nC_{n+1}D_{n+1}$ 을 만들 때,  $n$ 의 값이 한없이 커지면 점  $D_n$ 은 점  $(a, b, c)$ 에 한없이 가까워진다.  $abc$ 의 값을 구하시오. [3점]



47. 쌍곡선  $4x^2 - 9y^2 = 36$ 이  $x$  축과 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 직선  $x=t$  (단,  $t > 3$ )가 이 쌍곡선과 만나는 점을 각각 C, D라 하자.  $t$ 의 값이 변함에 따라 두 직선 AC와 BD의 교점 P는 곡선을 그린다. 이 때, 이 곡선의 두 초점 사이의 거리는? [4점]

- ①  $2\sqrt{3}$
- ②  $2\sqrt{5}$
- ③  $2\sqrt{13}$
- ④  $2\sqrt{15}$
- ⑤  $4\sqrt{2}$

48. 오른쪽 그림과 같이 편평한 땅에 거리가  $10m$  떨어진 두 개의 말뚝이 있다. 두 개의 말뚝에 길이가  $14m$ 인 끈을 묶고 이 끈을 팽팽하게 유지하면서 곡선을 그렸다. 두 말뚝을 지나면서 이 곡선에 접하는 직사각형 모양의 꽃밭을 만들었을 때, 이 꽃밭의 넓이는? [3점]

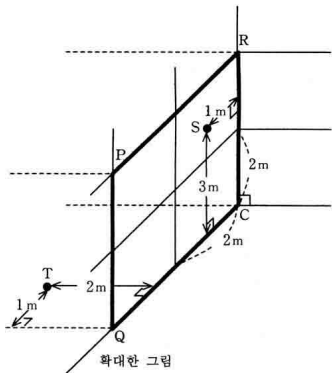
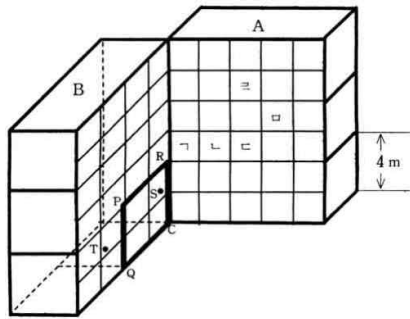


- ①  $\frac{400}{7} m^2$
- ②  $\frac{420}{7} m^2$
- ③  $\frac{440}{7} m^2$
- ④  $\frac{460}{7} m^2$
- ⑤  $\frac{480}{7} m^2$

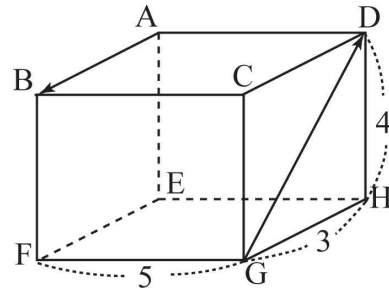
49. 그림과 같이 각층의 높이가  $4m$  인 직육면체 형태의 두 건물 A, B가 있다. 건물 A와 건물 B는 서로 수직으로 붙어 있고, 두 건물의 외벽은 한변의 길이가  $2m$  인 정사각형 모양의 유리창으로 서로 이어져 있다. 어떤 사람이 건물 A의 어느 창가에서 건물 B의 유리창을 향하여 레이저 빛을 쏘았는데 이 레이저 빛은 건물 B의 창문의 S지점과 바닥 면의 T지점을 지났다. 다음 중 레이저를 쏜 창가는? (단, 유리창틀의 두께는 무시하고, 레이저 빛은 유리창을 통과할 때 굴절되지 않는다고 가정한다.)

[4점]

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄷ  
 ④ ㄹ                      ⑤ ㅁ



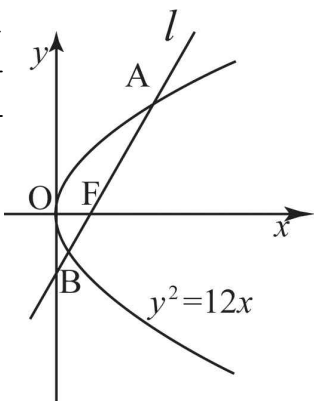
50. 아래 그림과 같이 각 변의 길이가 3, 4, 5인 직육면체  $ABCD-EFGH$ 에서  $\vec{AX} = k\vec{AB} + (1-k)\vec{GD}$  (단,  $0 \leq k \leq 1$ )를 만족시키는 점 X가 나타내는 자취의 길이는? [3점]



- ①  $\sqrt{34}$                       ②  $\sqrt{41}$                       ③  $2\sqrt{13}$   
 ④  $2\sqrt{15}$                       ⑤  $6\sqrt{2}$

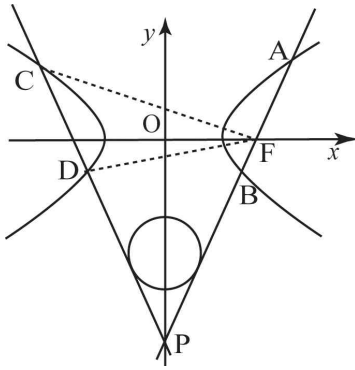
51. 오른쪽 그림과 같이 포물선  $y^2 = 12x$ 의 초점 F를 지나는 직선 l과 이 포물선이 만나는 두 점을 A, B라 하자.

$\overline{AF} : \overline{BF} = 4 : 1$ 일 때 직선 l의 방정식은  $ax + by = 12$ 이다. 이때, 상수 a, b에 대하여  $a - b$ 의 값은? [3점]



- ① 4                              ② 5  
 ③ 6                              ④ 7  
 ⑤ 8

52. 오른쪽 그림과 같이  $y$  축 위의 점  $P$  에서 원  $x^2 + (y+k)^2 = 5$  에 그은 두 접선이 쌍곡선  $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$  과 만나는 교점을 각각  $A, B$  와  $C, D$  라 한다.  $\overline{AB} = 10$  일 때,  $\overline{AB}$  와  $x$  축과의 교점  $F(5,0)$  에 대하여  $\overline{CF} + \overline{DF}$  의 값을 구하시오. [3점]



54. 타원  $9x^2 + 16y^2 = 144$  위의 점  $(x, y)$  에 대하여  $x+y$  의 최대값을  $M$  이라 할 때,  $M^2$  의 값을 구하시오. [3점]

53. 공간의 두 점  $(0, 2, -3), (0, -1, 0)$  을 지나고, 평면  $y+z=5$  와  $45^\circ$  의 각을 이루는 평면이  $x$  축과 만나는 점의 좌표는? [4점]

- ①  $(\pm \frac{\sqrt{2}}{2}, 0, 0)$       ②  $(\pm 1, 0, 0)$       ③  $(\pm \sqrt{2}, 0, 0)$
- ④  $(\pm 2, 0, 0)$       ⑤  $(\pm 2\sqrt{2}, 0, 0)$

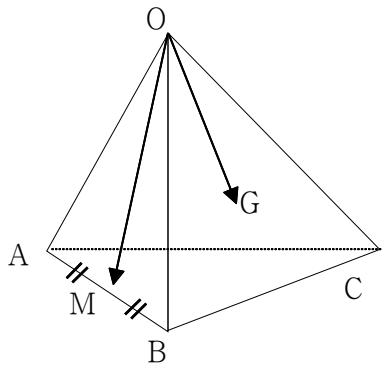
55. 구  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$  과 평면  $\frac{\sqrt{3}}{4}x - \frac{3}{4}y + \frac{1}{2}z = 0$  이 만나서 생긴 도형의  $xy$  평면 위로의 정사영의 넓이는? [4점]

- ①  $\frac{1}{2}\pi$       ②  $\frac{1}{3}\pi$       ③  $\frac{1}{4}\pi$
- ④  $\frac{\sqrt{2}}{2}\pi$       ⑤  $\frac{\sqrt{3}}{2}\pi$

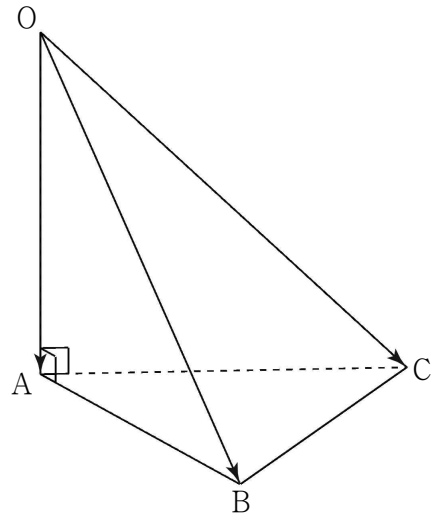
56. 곡선  $x^3 + y^3 - 9xy = 0$  위의 점  $(2, 4)$ 에서의 접선이  $y$ 축과 만나는 점의 좌표가  $(0, a)$ 일 때,  $a$ 의 값은? [4점]

- ① 2                      ②  $\frac{11}{5}$                       ③  $\frac{12}{5}$
- ④  $\frac{13}{5}$                       ⑤  $\frac{14}{5}$

57. 그림과 같이 한 변의 길이가 6인 정사면체  $OABC$ 에서  $\overline{AB}$ 의 중점을  $M$ ,  $\triangle OBC$ 의 무게중심을  $G$ 라 할 때, 두 벡터  $\overrightarrow{OM}$ ,  $\overrightarrow{OG}$ 의 내적의 값을 구하시오. [3점]

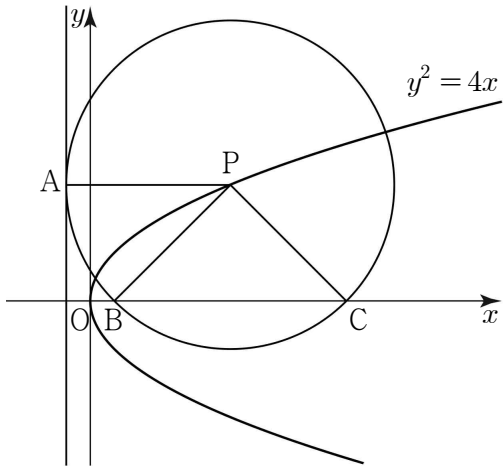


58. 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정삼각형  $ABC$ 를 밑면으로 하고  $\overline{OA}=2$ ,  $\overline{OA} \perp \overline{AB}$ ,  $\overline{OA} \perp \overline{AC}$ 인 사면체  $OABC$ 가 있다.  $|\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC}|$ 의 값은? [3점]



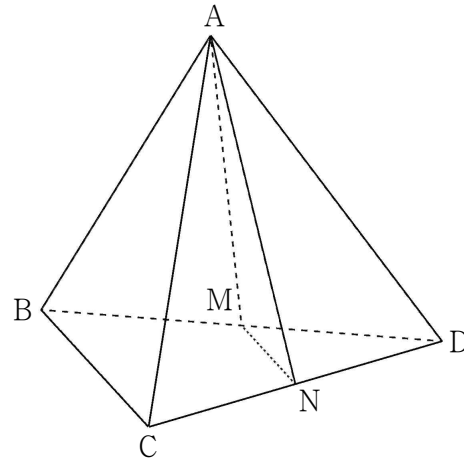
- ① 2                      ②  $2\sqrt{2}$                       ③  $2\sqrt{3}$
- ④ 4                      ⑤  $2\sqrt{5}$

59. 그림과 같이 포물선  $y^2 = 4x$  위의 한 점 P를 중심으로 하고 준선과 점 A에서 접하는 원이  $x$ 축과 만나는 두 점을 각각 B, C라 하자. 부채꼴 PBC의 넓이가 부채꼴 PAB의 넓이의 2배일 때, 원의 반지름의 길이는? (단, 점 P의  $x$ 좌표는 1보다 크고, 점 C의  $x$ 좌표는 점 B의  $x$ 좌표보다 크다.) [3점]



- ①  $2+2\sqrt{3}$
- ②  $3+2\sqrt{2}$
- ③  $3+2\sqrt{3}$
- ④  $4+2\sqrt{2}$
- ⑤  $4+2\sqrt{3}$

60. 그림과 같이 한 모서리의 길이가 12인 정사면체 ABCD에서 두 모서리 BD, CD의 중점을 각각 M, N이라 하자. 사각형 BCNM의 평면 AMN 위로의 정사영의 넓이는? [4점]



- ①  $\frac{15\sqrt{11}}{11}$
- ②  $\frac{18\sqrt{11}}{11}$
- ③  $\frac{21\sqrt{11}}{11}$
- ④  $\frac{24\sqrt{11}}{11}$
- ⑤  $\frac{27\sqrt{11}}{11}$

61. 좌표공간에 평행한 두 평면  $\alpha : 2x - y + 2z = 0$ ,  $\beta : 2x - y + 2z = 6$  위에 각각 점  $A(0, 0, 0)$ ,  $B(2, 0, 1)$ 이 있다. 평면  $\alpha$  위의 점  $P$ 와 평면  $\beta$  위의 점  $Q$ 에 대하여  $\overline{AQ} + \overline{QP} + \overline{PB}$ 의 최솟값은? [4점]

- ① 6                                      ②  $\sqrt{37}$                                       ③  $\sqrt{38}$
- ④  $\sqrt{39}$                                       ⑤  $2\sqrt{10}$

62. 실수  $t$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 점  $P$ 가 나타내는 도형의 둘레의 길이를  $f(t)$ 라 하자.

(가) 점  $P$ 는 구  $x^2 + y^2 + z^2 = 25$  위의 점이다.  
 (나) 점  $A(t+5, 2t+4, 3t-2)$ 에 대하여  $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{AP} = 0$ 이다.

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, 0는 원점이다.) [4점]

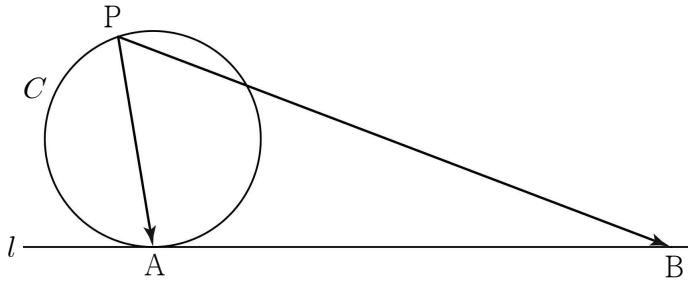
보기

ㄱ.  $f(0) = \frac{20}{3}\pi$   
 ㄴ.  $\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = 10\pi$   
 ㄷ.  $f(t)$ 는  $t = -1$ 에서 최솟값을 갖는다.

- ① ㄱ                                      ② ㄷ                                      ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ                                      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

63. 그림과 같이 반지름의 길이가 5인 원  $C$ 와 원  $C$  위의 점  $A$ 에서의 접선  $l$ 이 있다.

원  $C$  위의 점  $P$ 와  $\overline{AB}=24$ 를 만족시키는 직선  $l$  위의 점  $B$ 에 대하여  $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB}$ 의 최댓값을 구하시오. [4점]



64. 좌표공간에 평면  $z=1$  위의 세 점  $A(1, -1, 1)$ ,  $B(1, 1, 1)$ ,  $C(0, 0, 1)$ 이 있다.

점  $P(2, 3, 2)$ 를 지나고 벡터  $\vec{d}=(a, b, 1)$ 과 평행한 직선이 삼각형  $ABC$ 의 둘레 또는 내부를 지날 때,  $|\vec{d}+3\overrightarrow{OA}|^2$ 의 최솟값을 구하시오. (단,  $O$ 는 원점이고,  $a, b$ 는 실수이다.) [4점]

-선생님 연락-

HP 010 9645 5800

카톡 아이디 Gojw

이메일 gjwmtr@gmail.com



- 1) 14
- 2) ③
- 3) ③
- 4) 24
- 5) 192
- 6) 27
- 7) ④
- 8) ③
- 9) 69
- 10) 17

- 11) ①
- 12) ③
- 13) ④
- 14) ⑤
- 15) 20
- 16) ⑤
- 17) ②
- 18) ⑤
- 19) ④
- 20) ④

- 21) 16
- 22) 11
- 23) ③
- 24) ⑤
- 25) ①
- 26) ④
- 27) 45
- 28) ④
- 29) ②
- 30) ②

- 31) ②
- 32) ④
- 33) ②
- 34) 16
- 35) ③
- 36) ④
- 37) ②
- 38) 128
- 39) 299
- 40) 11

- 41) ⑤
- 42) ④
- 43) ①
- 44) ②
- 45) ②
- 46) 30
- 47) ②
- 48) ⑤
- 49) ①
- 50) ③

- 51) ④
- 52) 22
- 53) ①
- 54) 25
- 55) ①
- 56) ③
- 57) 15
- 58) 2
- 59) 4
- 60) 5
- 61) 2
- 62) 3
- 63) 180
- 64) 32