

2018학년도 이장규 모의고사 문제지 2회

# 수 학 영 역

## (가 형)

|    |  |       |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |
|----|--|-------|--|--|--|--|--|--|--|--|---|--|--|--|--|--|--|--|
| 성명 |  | 수험 번호 |  |  |  |  |  |  |  |  | - |  |  |  |  |  |  |  |
|----|--|-------|--|--|--|--|--|--|--|--|---|--|--|--|--|--|--|--|

- 자신이 선택한 유형 (가형/나형)의 문제지인지 확인하십시오.
- 문제의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.

**자신을 믿는 자만이 성취할 수 있다.**

- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호와 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형의 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오.  
배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

**※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.**



제 2 교시

## 수학 영역(가형)

홀수형

## 5 지 선 다 형

1.  ${}_4H_3 - {}_3H_4$  의 값은? [2점]

- ① 5      ② 6      ③ 7      ④ 8      ⑤ 9

2. 두 벡터  $\vec{a} = (k, -1)$ ,  $\vec{b} = (2, k+3)$  이 서로 수직일 때,  
 $k$ 의 값은? [2점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

3. 곡선  $x^2 + 3xy + y^2 = 5$  위의 점  $(1, 1)$ 에서의 접선의 기울기는? [3점]

- ① -1      ② -2      ③ -3      ④ -4      ⑤ -5

4. 두 사건 A, B는 서로 독립이고

$$P(A^c) = \frac{3}{4}, \quad P(B) = \frac{1}{2}$$

일 때,  $P(A \cup B)$ 의 값은? (단,  $A^c$ 은 A의 여사건이다.)  
 [3점]

- ①  $\frac{1}{4}$       ②  $\frac{3}{8}$       ③  $\frac{1}{2}$       ④  $\frac{5}{8}$       ⑤  $\frac{3}{4}$

5. 함수  $y = -5\sin(\pi x + 3) + 2$  의 최댓값을  $M$ , 주기를  $p$  라 할 때,  $M+p$  의 값은? [3점]

- ① 5      ② 6      ③ 7      ④ 8      ⑤ 9

7.  $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\tan x}{\cos x} dx$  의 값은? [3점]

- ① 1      ②  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       ③  $\frac{\sqrt{3}}{3}$       ④  $\frac{1}{2}$       ⑤  $\frac{\sqrt{5}}{5}$

6. 매개변수  $t$  로 나타내어진 곡선

$$x = t + \frac{a}{t}, \quad y = \ln t^3$$

에서  $t=3$  일 때,  $\frac{dy}{dx} = \frac{3}{2}$  이다. 상수  $a$  의 값은? [3점]

- ① 3      ② 2      ③ 1      ④  $\frac{1}{2}$       ⑤  $\frac{1}{3}$

8. 각 자리의 수가 0이 아닌 네 자리의 자연수 중 각 자리의 수의 합이 7인 자연수의 개수는? [3점]

- ① 20      ② 21      ③ 22      ④ 23      ⑤ 24

9. 좌표평면에서 세 점  $A(2, 3)$ ,  $B(3, 4)$ ,  $P(a, b)$ 에 대하여

$$\vec{OP} = \vec{OA} + t\vec{OB} \quad (\text{단, } t > 0), \quad \vec{AP} \cdot \vec{BP} = 0$$

일 때,  $b-a$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{32}{25}$       ②  $\frac{33}{25}$       ③  $\frac{34}{25}$   
 ④  $\frac{7}{5}$       ⑤  $\frac{36}{25}$

10. 어느 공장에서 생산되는 배터리의 무게는 평균 58g, 표준편차가 4g인 정규분포를 따른다고 한다. 이 공장에서 생산되는 배터리 중에서 임의로 택한 1개의 무게가  $a$ g 이하일 확률이 0.0228 일 때, 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 상수  $a$ 의 값은? [3점]

| $z$ | $P(0 \leq Z \leq z)$ |
|-----|----------------------|
| 1.0 | 0.3413               |
| 1.5 | 0.4332               |
| 2.0 | 0.4772               |
| 2.5 | 0.4938               |

- ① 48      ② 49      ③ 50  
 ④ 51      ⑤ 52

11. 좌표공간에서 두 평면  $x+2y-z+3=0$  과

$x-y+z-1=0$  의 교선 위의 점 P에 대하여  $|\overrightarrow{OP}|^2$  의  
최솟값은? (단, O는 원점이다.) [3점]

- ①  $\frac{1}{2}$                       ② 1                      ③  $\frac{3}{2}$   
④ 2                      ⑤  $\frac{5}{2}$

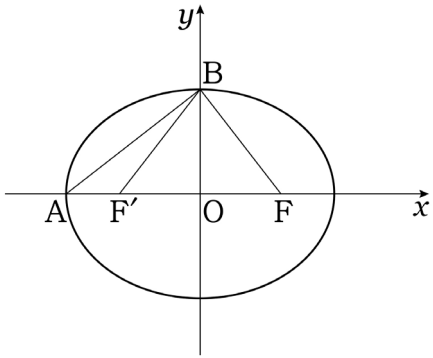
12. 양의 실수 전체의 집합에서 연속인 함수  $f(x)$ 가 모든  
양수  $x$ 에 대하여

$$(x-1)f(x) = e^x + \ln x + a \quad (a \text{는 상수})$$

를 만족시킨다.  $a+f(1)$ 의 값은? [3점]

- ①  $2e+1$                       ②  $e+1$                       ③  $e$   
④ 1                      ⑤ 0

13. 그림과 같이 두 점  $F(1, 0)$ ,  $F'(-1, 0)$ 을 초점으로 하는 타원의 장축의 한 끝점을  $A$ , 단축의 한 끝점을  $B$ 라 하자.  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BF} = 0$  일 때, 삼각형  $BF'F$ 의 둘레의 길이는? [3점]



- ①  $\sqrt{5} + 1$       ②  $\sqrt{5} + 2$       ③  $\sqrt{5} + 3$
- ④  $\sqrt{5} + 4$       ⑤  $\sqrt{5} + 5$

14.  $x \geq -1$ 에서 정의된 함수

$$f(x) = \int_{-1}^x \{t + k - 2\ln(t+2)\} dt$$

가 역함수를 갖도록 하는 상수  $k$ 에 대하여  $e^k$ 의 최솟값은? [4점]

- ① 1                      ② 2                      ③ 3
- ④ 4                      ⑤ 5

15.  $\boxed{1}$ ,  $\boxed{2}$ ,  $\boxed{3}$ ,  $\boxed{4}$ 의 카드가 각각 3장씩 있다. 이 중에서 4장을 택하여 일렬로 나열할 때 만들어지는 네 자리 자연수로서 각 자리의 수의 합이 7이 되는 것의 개수는? [3점]

- ① 15      ② 20      ③ 25      ④ 30      ⑤ 35

16. 주머니에 1, 2, 2, 3, 3, 3, 4의 숫자가 하나씩 적혀 있는 7개의 공이 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 한 개씩 4개의 공을 꺼낼 때 꺼낸 공에 적힌 수를 차례로  $a, b, c, d$ 라 하자.  $a+b$ 는 짝수이고  $c+d$ 는 홀수일 때,  $a$ 가 짝수이었을 확률은? (단, 꺼낸 공은 주머니에 다시 넣지 않는다.) [4점]

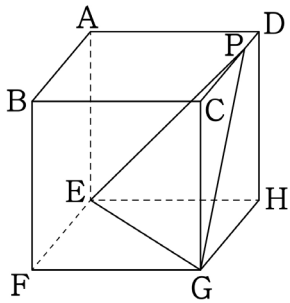
- ①  $\frac{1}{4}$       ②  $\frac{3}{8}$       ③  $\frac{1}{2}$       ④  $\frac{5}{8}$       ⑤  $\frac{3}{4}$



17. 한 모서리의 길이가 2인 정육면체  $ABCD-EFGH$ 에서 두 모서리  $CD$  위의 점  $P$ 에 대하여 평면  $EGP$ 가 세 평면  $EFGH$ ,  $EHDA$ ,  $EABF$ 와 이루는 예각의 크기를 각각  $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ 이라 하자.

$$\cos \theta_1 : \cos \theta_2 : \cos \theta_3 = 3 : 4 : 4$$

일 때,  $\vec{EP} \cdot \vec{EG}$ 의 값은? [4점]



- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

18. 탁자 위에 크기와 모양이 같은 동전 6개가 있다. 이 중 3개는 앞면이, 나머지 3개는 뒷면이 보이도록 놓여 있다. 다음은 6개의 동전 중 임의로 3개를 선택하여 뒤집는 시행을 두 번 반복할 때, 처음 상태와 같이 동전 3개는 앞면이, 나머지 3개는 뒷면이 보이도록 놓여 있을 확률을 구하는 과정이다.

동전의 앞면을 H, 뒷면을 T라 하면 첫 번째 시행은 3개의 H와 3개의 T에서 3개를 선택하여 H를 T로, T를 H로 바꾸는 것이다. 첫 번째 시행에서

(i) 3개의 H를 선택하는 경우의 확률은  $\frac{{}_3C_3}{{}_6C_3}$ 이다. 이때 6개의 T로 되므로 처음 상태와 같이 되려면 두 번째 시행의 확률은  $\frac{(가)}{{}_6C_3}$ 이다. 따라서 (i)의

경우의 확률은  $\frac{{}_3C_3}{{}_6C_3} \times \frac{(가)}{{}_6C_3}$ 이다.

(ii) 2개의 H와 1개의 T를 선택하는 경우, 6개의 동전은 2개의 H와 4개의 T로 되므로 처음 상태와 같이 되려면 두 번째 시행에서는 H가 1개 늘어나고 T가 1개 줄어들도록 동전을 선택하여야 된다.

따라서 (ii)의 경우의 확률은  $\frac{{}_3C_2 \times {}_3C_1}{{}_6C_3} \times \frac{(나)}{{}_6C_3}$ 이다.

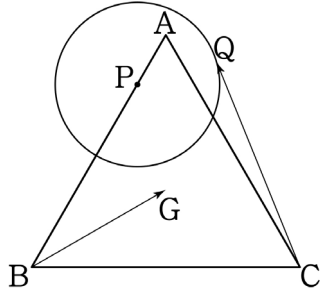
(iii) 1개의 H와 2개의 T를 선택하는 경우는 결국 (ii)와 마찬가지로, 3개의 T를 선택하는 결국 (i)와 마찬가지로이다.

(i), (ii), (iii)을 종합하면 구하는 확률은  $\frac{(다)}{25}$ 이다.

위의 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각  $a, b, c$ 라 할 때,  $a+b+c$ 의 값은? [4점]

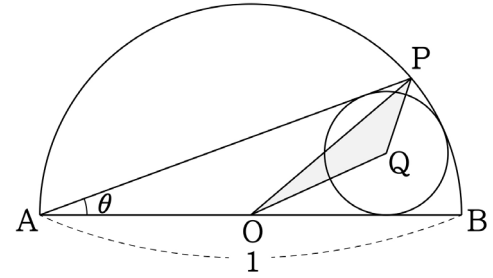
- ① 45      ② 46      ③ 47  
④ 48      ⑤ 49

19. 한 변의 길이가  $2\sqrt{3}$ 인 정삼각형 ABC의 무게중심을 G라 하자. 변 AB 위의 점 P를 중심으로 하고 반지름의 길이가 1인 원 위의 점 Q에 대하여  $|\overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CQ}|$ 의 최댓값과 최솟값의 합은? [4점]



- ① 3      ② 4      ③ 5      ④ 6      ⑤ 7

20. 그림과 같이 길이가 1인 선분 AB를 지름으로 하고 중심이 O인 반원이 있다. 호 AB 위의 점 P를  $\angle PAB = \theta$  ( $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ )가 되도록 잡을 때, 도형 PAB에 내접하는 원의 중심을 Q라 하자. 삼각형 PQO의 넓이를  $S(\theta)$ 라 할 때,  $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta}$ 의 값은? [4점]



- ①  $\frac{1}{16}$       ②  $\frac{1}{8}$       ③  $\frac{3}{16}$   
 ④  $\frac{1}{4}$       ⑤  $\frac{5}{16}$

21. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수  $x$ 에 대하여  $f(x) + f(-x) = 0$  이다.

(나)  $f'(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2f(x) - x}{x}$

함수  $g(x) = \frac{\sin f(x)}{x}$ 에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는대로 고른 것은? [4점]

— <보 기> —

ㄱ. 모든 양의 실수  $x$ 에 대하여  $g(x) = g(-x)$ 이다.

ㄴ.  $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = 0$

ㄷ.  $f(\alpha) = \frac{\pi}{2}$  ( $0 < \alpha < 1$ )이면  $x$ 의 방정식  $g(x) = \frac{1}{\alpha}$ 은 열린구간  $(-1, 1)$ 에서 적어도 4개의 실근을 갖는다.

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단 답 형

22. 부등식  $\log_2 x + \log_2(x-4) \leq 5$ 를 만족시키는 모든 정수  $x$ 의 값의 합을 구하십시오. [3점]

23. 함수  $f(x) = 3\sin 2x + 5e^{3x}$ 에 대하여  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h) - 5}{h}$ 의 값을 구하십시오. [3점]

24. 집합의 분할의 수  $S(5, 3)$ 의 값을 구하시오. [3점]

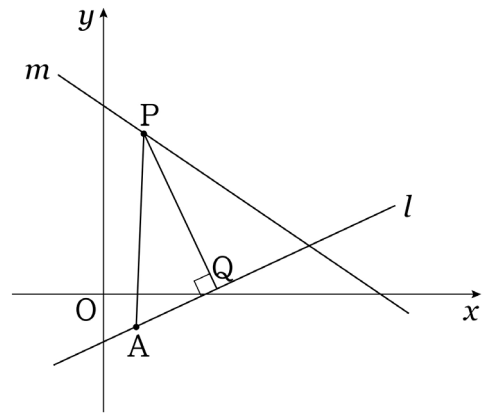
25. 한 개의 주사위를  $n$ 번 던질 때, 6의 약수의 눈이 나오는 횟수를 확률변수  $X$ 라 하자.  $E(2X + 1) = 21$  일 때, 자연수  $n$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 어느 도시의 30세 이상 주민의 질병 A에 대한 항체 보유율  $p$ 를 알아보기 위하여 이 도시의 30세 이상 주민 중 400명을 임의추출하여 조사하였다. 이 조사결과를 이용하여 얻은 항체보유율  $p$ 에 대한 신뢰구간은 신뢰도 95% 일 때  $[0.7608, 0.8392]$ 이고, 신뢰도 99% 일 때  $[a, b]$ 이다.  $1000(10a - 7)$ 의 값을 구하시오. (단,  $Z$ 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때,  $P(|Z| \leq 1.96) = 0.95$ ,  $P(|Z| \leq 2.58) = 0.99$ 로 계산한다.) [4점]

27. 다음 조건을 만족시키는 자연수  $a, b, c, d, e$ 의 모든 순서쌍  $(a, b, c, d, e)$ 의 개수를 구하시오. [4점]

- (가)  $a \leq b \leq c \leq d \leq e \leq 7$
- (나)  $a, b, c, d, e$  중에서 6의 약수는 3개다.
- (다)  $a \times b \times c \times d \times e$  는 짝수이다.

28. 좌표평면에서 점  $A(1, -1)$ 을 지나고  $\vec{d} = (2, 1)$ 에 평행한 직선을  $l$ 이라 하고, 직선  $m: \frac{x+2}{4} = \frac{y-5}{-3}$  위의 점  $P$ 에서 직선  $l$ 에 내린 수선의 발을  $Q$ 라 하자.  $|\overrightarrow{PQ}| = 2|\overrightarrow{AQ}|$  일 때,  $|\overrightarrow{AP}| = \frac{b}{a}$  이다.  $a+b$ 의 값을 구하시오. (단,  $a$ 와  $b$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



29. 좌표공간에서 구  $S: x^2 + y^2 + (z-2)^2 = 40$  과  $xy$ 평면이 만나서 생기는 원을  $C_1$ 이라 하고 구  $S$ 와 평면  $\alpha: x+2y-2z-14=0$  이 만나서 생기는 원을  $C_2$ 라 하자. 원점  $O$ 와 구  $S$ 의 중심  $A$ , 원  $C_1$  위의 점  $P$ 와 원  $C_2$  위의 점  $Q$ 에 대하여  $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{AQ}$ 의 최댓값이  $a+b\sqrt{5}$ 일 때,  $ab$ 의 값을 구하시오. (단,  $a$ 와  $b$ 는 자연수이다.) [4점]

30.  $f(2)=0$ ,  $f(0)=-4e^2$ 인 사차함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 방정식  $|f(x)|=k$ 는 양수  $k$ 의 값에 관계없이 서로 다른 두 실근을 갖는다.  
 (나) 함수  $f(|x|)$ 는 모든 실수  $x$ 에 대하여 미분가능하다.

$$\text{함수 } g(x) = \begin{cases} ax+b & (x \leq t) \\ f'(x)e^{-x} & (x > t) \end{cases} \text{가 모든 실수 } x \text{에 대하여}$$

미분가능하도록 하는 실수  $t$ 가 존재할 때,  $g(0)$ 의 최댓값을 구하시오. (단,  $a, b$ 는 상수이다.) [4점]

\* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.



2018학년도 이장규 모의고사 문제지 2회

|     |     |     |     |     |    |     |    |     |    |
|-----|-----|-----|-----|-----|----|-----|----|-----|----|
| 1.  | ①   | 2.  | ③   | 3.  | ①  | 4.  | ④  | 5.  | ⑤  |
| 6.  | ①   | 7.  | ①   | 8.  | ①  | 9.  | ①  | 10. | ③  |
| 11. | ③   | 12. | ④   | 13. | ③  | 14. | ④  | 15. | ②  |
| 16. | ①   | 17. | ⑤   | 18. | ④  | 19. | ④  | 20. | ②  |
| 21. | ③   | 22. | 26  | 23. | 21 | 24. | 25 | 25. | 15 |
| 26. | 484 | 27. | 108 | 28. | 46 | 29. | 96 | 30. | 24 |